

Anàlisi dimensional

1. Una pilota llençada horitzontalment des d'una altura H amb velocitat v recorre una distància horitzontal total R . a) És d'esperar que R augmenti o decreixi en disminuir H ? I en augmentar v ? b) Mitjançant anàlisi dimensional, esbrineu una possible dependència de R amb H , v i g

Sol.: a) R augmenta quan H i v creixen, b) $R \propto v \sqrt{\frac{H}{g}}$

2. Una massa m es troba enganxada a una molla de pes menyspreable i constant elàstica k . Es comprimeix la molla i després es deixa anar sobtadament. La massa es posa a oscil·lar al voltant de la seva posició d'equilibri (suposeu que no existeix fregament). Trobeu a partir de l'anàlisi dimensional, la dependència del període T de l'oscil·lació, en funció dels paràmetres del sistema m , k i g

Sol.: $T \propto \sqrt{\frac{m}{k}}$

3. Un objecte lligat a l'extrem d'una corda es mou tot descrivint un cercle. La força feta per la corda depèn de la massa de l'objecte, de la seva velocitat i del radi del cercle. Quina combinació d'aquestes variables té les dimensions correctes (MLT^{-2}) d'una força?

Sol.: $F \propto m \frac{v^2}{r}$

4. La tercera llei de Kepler relaciona el període d'un planeta amb el radi r de la seva òrbita, la constant G de la llei de Newton de la gravitació ($F = Gm_1m_2/r^2$) i la massa del Sol m_s . Quina combinació d'aquest factors té les dimensions correctes del període d'un planeta?

Sol.: $T \propto \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot m_s}}$

5. Un projectil llençat amb una inclinació de 45° recorre una distància total R , anomenada abast, que només depèn de la velocitat inicial v i de l'acceleració de la gravetat g (dimensions LT^{-2}). Mitjançant anàlisi dimensional, esbrineu com R depèn de la velocitat i de g

Sol.: $R \propto \frac{v^2}{g}$

Cinemàtica de la partícula

6. Donat el vector de posició $\vec{r} = (4t^2 - 3t + 5)\vec{i} + 8t^2\vec{j}$, en unitats del sistema internacional, determineu: a) les components i el mòdul de la velocitat instantània quan el temps és 5 segons; b) les components i el mòdul de l'acceleració al mateix instant de temps; c) la velocitat

mitjana a l'interval de temps de 1 a 2 segons.

Sol: a) $37\vec{i} + 80\vec{j} \text{ m/s}$, 88,14 m/s; b) $8\vec{i} + 16\vec{j} \text{ m/s}^2$, 17,89 m/s²; c) $9\vec{i} + 24\vec{j}$.

7. Un nedador travessa un riu a una velocitat de 3 km/h, remuntant-lo en una direcció que forma un angle de 45° amb la riba. Si la velocitat del corrent és de 0,1 m/s i el riu té una amplada de 200 m, determineu: a) el temps que trigarà a arribar a l'altre riba; b) la direcció de la marxa.

Sol: a) 240 s; b) 48° respecte la riba.

8. L'estel més proper, Pròxima Centauri, està a $4,1 \cdot 10^{13}$ km. a) Quant temps necessita un senyal lluminós per arribar de la Terra fins a Pròxima Centauri? b) Quants anys necessitarà una nau espacial que viatgi a una velocitat de $10^{-4} c$ per arribar a l'estel més proper? (La llum viatja amb una velocitat de $c=3 \cdot 10^8$ m/s)

Sol.: a) 4,33 anys; b) 43,300 anys.

9. Un cotxe que viatja a 100 km/h xoca amb un mur massís, que no es mou. Quan triga el cotxe a aturar-se, i quina és la seva acceleració?. (Estimeu que la distància de frenada és 0,75 m).

Sol.: 0.054 s, -514 m/s².

10. Una puça salta 0,1 m en un salt vertical. a) Quina és la seva velocitat inicial?. Si ha assolit aquesta velocitat mitjançant l'extensió de les seves potes en una distància de 0,0008 m, b) quina ha estat la seva acceleració inicial? La distància d'acceleració de l'home és de 0,5 m. Si un home saltes amb la mateixa acceleració que la puça, c) a quina alçada arribaria?

Sol.: a) 1,4 m/s; b) 1225 m/s²; c) 62,5 m.

11. Una pilota es deixa caure des d'una alçada de 3 m, rebota a terra i puja tot seguit fins a 2 m. a) Quina és la velocitat de la pilota tot just abans de tocar el terra? b) Quina és la velocitat tot just en separar-se del terra? c) Si està en contacte amb el terra 0,02 s, quin és el mòdul i el sentit de l'acceleració mitjana en aquest interval?

Sol.: a) -7,67 m/s, b) $v=6,26$ m/s, c) 697 m/s² cap amunt

12. Llencem una pilota amb el peu amb una velocitat de 25 m/s i un angle de 30°. Quan triga a arribar al punt de màxima alçada i quina és aquesta posició en aquest instant?.

Sol.: 1,28 s, (27,6 , 7,97) m.

13. Quina és la velocitat amb la que surt una llagosta si l'angle del seu salt és 55° i el seu abast és 0,8 m?

Sol.: 2,9 m/s

14. Un pilot d'avió inicia un picat seguint un arc circular de 300 m de radi. En el punt més baix de l'arc, el mòdul de la velocitat és 180 km/h. Quina és la direcció i mòdul de la seva acceleració?

Sol.: $8,33 \text{ m/s}^2$

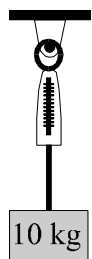
15. Un xicot fa rodar una pilota lligada a una corda descrivint una circumferència d'1 m de radi. Quantes voltes per minut pot fer si l'acceleració dirigida cap al centre té el mateix mòdul que l'acceleració de la gravetat?

Sol.: 29,9 rev/min

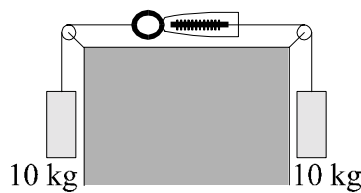
Lleis de Newton

16. En la figura següent els objectes es troben subjectats per dinamòmetres calibrats en newtons. Doneu les lectures dels dinamòmetres en cada cas, suposant les cordes sense massa i el pla inclinat sense fricció.

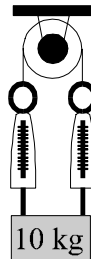
Sol.: a) 98,1 N, b) 98,1 N, c) 49,05 N, d) 49,05 N.



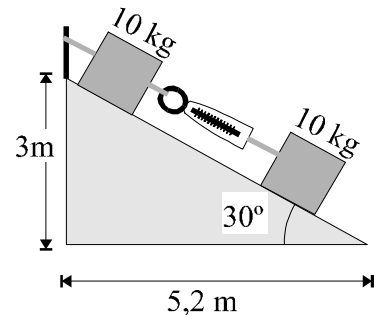
(a)



(b)

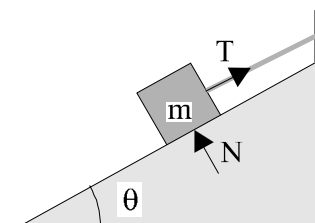


(c)



(d)

17. Una caixa es manté en una posició determinada sobre un pla inclinat sense fricció gràcies a un cable. a) si $\theta=60^\circ$ i $m=50 \text{ kg}$, calculeu la tensió en el cable i la força normal exercida pel pla inclinat. b) trobeu la tensió com a funció de θ i m , i comproveu el resultat per $\theta=0^\circ$ i $\theta=90^\circ$.



Sol.: a) $T= 424 \text{ N}$, $N=245 \text{ N}$; b) $T = mg \sin \theta$.

18. Una bala de massa $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ té una velocitat de 500 m/s quan xoca amb un bloc fix de fusta, i s'atura després de travessar 6 cm. Suposant constant la desacceleració de la bala, determineu la força exercida per la fusta sobre la bala.

Sol.: 3750 N.

19. Un cos es deixa anar des de dalt d'una rampa de 37° d'inclinació. Calculeu la velocitat que té a l'instant en què ja ha recorregut el primer metre. Considereu negligible la fricció.

Sol.: 3,4 m/s.

20. Sobre un terra horitzontal es dispara un cos amb una velocitat de 6 m/s. Si el coeficient de fricció entre el cos i el terra és de 0,20, calculeu el temps que triga en parar-se.

Sol.: 3s.

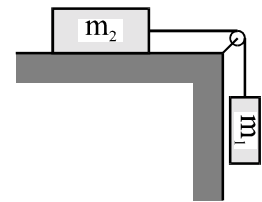
21. Sobre un cos de 20 kg s'exerceix, mitjançant una corda, una força de 100 N, la direcció de la qual forma un angle de 37° amb l'horitzontal. Calculeu la força de fricció i l'acceleració amb la qual s'arrossega el cos si el coeficient de fricció és de 0,20.

Sol.: 27,2 N, 2,6 m/s².

22. Un cos de 20 kg es troba sobre un pla inclinat de 37°, amb un coeficient de fricció de 0,20. Sobre aquest cos exercim una força horitzontal de 300 N i el fem pujar per la rampa. Calculeu el temps que tarda en recórrer 3 m des que comença a pujar.

Sol.: 1,5 s.

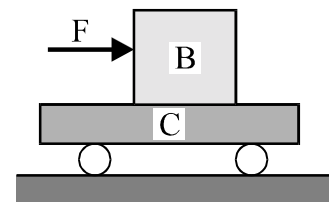
23. Determineu l'acceleració del conjunt i la tensió de la corda en funció de la massa dels blocs. Podeu negligir els efectes de fricció entre els cossos.



Sol: $a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} g$; $T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$

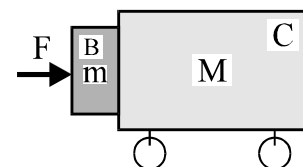
24. Demostreu que el mòdul de la màxima força que podem aplicar sobre el bloc B de la figura sense que aquest llisqui és:

$$F_{\max} = \mu_E m g \left(1 + \frac{m}{M} \right)$$



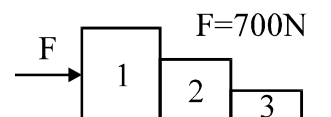
On m es la massa del bloc B i M la massa del bloc C. Podeu negligir la força de fricció entre el bloc C i el terra.

25. Determineu l'expressió del valor mínim que pot assolir la força horitzontal F de manera que el bloc B no llisqui cap avall. La massa del carro (bloc C) és M, la massa del bloc B és m, i el coeficient de fricció estàtica entre els blocs és μ_E .



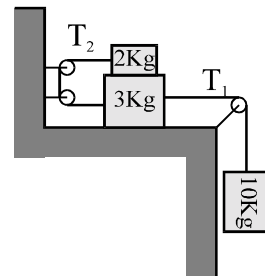
Sol: $F_{\min} = \frac{m g}{\mu_E} \left(1 + \frac{m}{M} \right)$

26. Trobeu totes les forces de contacte entre els cossos i l'acceleració que actua sobre els cossos de la figura. El coeficient de frec és 0,3 i $m_1 = 3 m_2$, $m_2 = 1,5 m_3$ i $m_3 = 10$ kg.



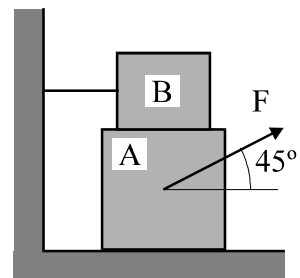
Sol : 250 N, 100 N; a= 7,06 m/s².

27. Donat el sistema de la figura, on només existeix fregament entre la massa de 2 kg i la massa de 3kg amb un coeficient de fricció dinàmic de 0,3; (a) Dibuixeu el diagrama de sòlid lliure per a cada bloc; (b) determineu l'acceleració del sistema i (c) Trobeu la tensió de les cordes.



Sol: $5,75 \text{ m/s}^2$; $T_2 = 17,4 \text{ N}$, $T_1 = 40,5 \text{ N}$.

28. El bloc B descansa sobre el bloc A, tal i com s'indica a la figura adjunta. El coeficient de fricció entre els dos blocs és de 1/4 i entre el bloc A i el terra és de 1/3. El bloc A té una massa de 30 kg i el B de 20 kg. Quina força seria necessària per iniciar el moviment.

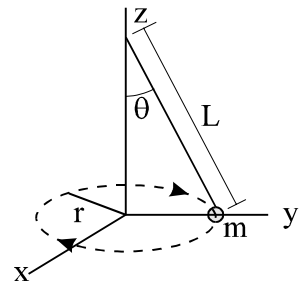


Sol : $F = 225,21 \text{ N}$.

29. Una carretera està peraltada de manera que un cotxe movent-se a 40 km/h pot prendre un revolt de 30 m de radi inclòs si existeix una capa de gel equivalent a un coeficient de fricció aproximadament igual a 0. Determinar l'interval de velocitats a que un cotxe pot prendre aquest revolt sense relliscar quan la carretera no està gelada ($\mu_E = 0,3$ entre les rodes i la carretera).

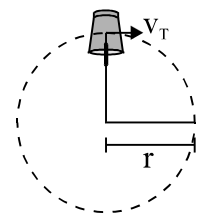
Sol: $v_{\min} = 20,1 \text{ Km/h}$, $v_{\max} = 56,0 \text{ Km/h}$.

30. Una partícula de massa m està suspesa d'una corda de longitud L i es mou amb velocitat constant en el pla horitzontal (pla xy) descrivint un cercle de radi r . La corda forma un angle θ amb l'eix vertical (eix z). Determineu la tensió de la corda i la velocitat de la partícula en funció de m , L i θ .



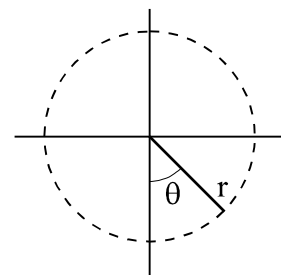
Sol: $T = \frac{m g}{\cos \theta}$, $v = \sqrt{g L \sin \theta \operatorname{tg} \theta}$

31. Es fa girar una galleda plena d'aigua descrivint una circumferència vertical de radi r . Si la velocitat de la galleda a la part més alta de la trajectòria és v_T , avalueu la força exercida per la galleda sobre l'aigua. Avalueu també el valor mínim de v_T de manera que l'aigua no es vessi. La massa de l'aigua és m .



Sol : $F = m \left(\frac{v_T^2}{r} - g \right)$; $v_{\min} = \sqrt{r g}$

32. Un bloc de massa m està lligat a una corda i es mou en un cercle vertical de radi r . Quan la corda forma un angle θ amb la vertical el bloc te una velocitat v . Avalueu l'acceleració tangencial, el mòdul de l'acceleració total i la tensió de la corda.



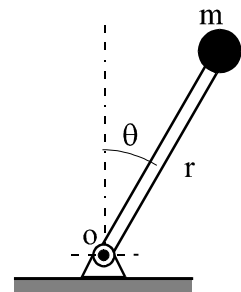
$$\text{Sol: } a_T = -g \sin \theta; |a| = \sqrt{g^2 \sin^2 \theta + \left(\frac{v^2}{r}\right)^2}; T = m \left(\frac{v^2}{r} + g \cos \theta\right)$$

33. Una pedra de massa 200 g es lliga al extrem d'una corda d'un metre de llargada i es fa girar en un pla vertical. Avalueu (a) la velocitat mínima en el punt més alt per a que pugui descriure una trajectòria circular completa, (b) si la velocitat en el punt més alt és el doble de la velocitat mínima, avalueu la tensió de la corda als punts més alt i més baix de la trajectòria, (c) quina trajectòria descriurà la pedra si la corda es trenca al punt més alt.

Sol: a) 3,13 m/s; b) 5,89 N, 9,81 N, c) parabòlica.

Treball i energia

34. Una esfera de massa m està enganxada a una vareta lleugera (massa negligible) que pot girar al voltant del eix O . La distància entre l'eix i la massa és r . Si l'esfera es situa inicialment amb un angle $\theta=0$ i es deixa anar amb velocitat inicial nul·la, determineu el valor de l'angle θ pel qual la força feta per la esfera sobre la vareta passa de compressió a estirament.



Sol: $\theta = 48,21$.

35. Calculeu el treball que realitzem amb una maleta de 15 kg: (a) l'aguantem 5 minuts esperant l'autobús, (b) correm darrera l'autobús una distància horitzontal de 10 m en 2 segons, a velocitat constant, (c) l'aixequem 1 m verticalment, a velocitat constant.

Sol.: a) 0; b) 0; c) 147 J.

36. Sobre un cos de 20 kg situat en un pla horitzontal actua una força de 200 N, que forma un angle de 37° amb l'horitzontal. El coeficient de fricció entre el cos i el pla es 0,1. Calculeu el treball realitzat per la força aplicada, per la gravetat i el desenvolupat per la força de fricció en traslladar l'objecte 5 m pel pla.

Sol.: 800 J, 0 J i -98 J.

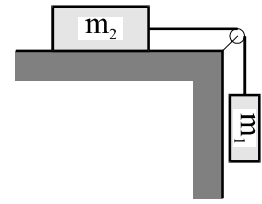
37. Un cos de 20 kg de massa es llança per un pla inclinat 37° , amb una velocitat de 20 m/s. Calculeu la distància que recorre fins que es para: a) si es negligeix la fricció, b) considerant que el coeficient de fricció entre el cos i el terra és 0,2.

Sol.: a) 34 m; b) 26,8 m.

38. Amb quina velocitat surt un objecte de 4 kg d'una molla de constant 400 N/m, si inicialment l'objecte estava en repòs amb contacte amb la molla que es troba comprimida 5 cm. Tot el moviment es desenvolupa en el pla horitzontal.

Sol: $v = 0,5$ m/s.

39. Ajuntem dos blocs mitjançant una corda fina que passa per una politja (vegeu la figura). Inicialment els mantenim aturats, i quan els alliberem es posen en moviment. (a) Comproveu que la suma del treball fet per la corda sobre ambdós blocs és zero. (b) Utilitzant el teorema de conservació de l'energia, avalueu el mòdul de la velocitat comú d'ambdós blocs a l'instant que la massa m_1 ha baixat una alçada h . Expressu el resultat en funció de m_1 , m_2 , g i h . Negligiu el fregament.



$$\text{Sol: } v = \sqrt{2 g h \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)}$$

40. Quin treball ha de realitzar una bomba per pujar 100 kg d'aigua des del fons d'un pou de 300 m fins a la superfície a velocitat constant?

Sol.: 294000 J.

41. El motor d'una bomba d'aigua pot desenvolupar una potència de 1000 W. Si el canvi d'energia cinètica és negligible quants quilograms d'aigua pot pujar per segon des d'un pou de 20 m de profunditat?

Sol.: 5,10 kg.

42. Avalueu la potència mitja desenvolupada per un Seat Ibiza 1.6i per accelerar de 0 a 100 Km/h en 10,8 s si la seva massa és de 1000 Kg.

Sol: 49 Cv.

43. Un dipòsit té un volum de 10^7 m^3 . Si l'aigua del dipòsit cau des d'una alçada mitjana de 30 m i si el 80 % de l'energia potencial perduda per l'aigua es transforma en energia elèctrica mitjançant turbines, quina energia elèctrica es produeix? (densitat de l'aigua 1000 kg/m^3)

Sol.: $2,354 \cdot 10^{12} \text{ J}$.

44. La llum solar arriba a una superfície horitzontal a un ritme de 200 W per metre quadrat d'àrea. Aquest valor es el resultat de la mitjana realitzada sobre dies i nits, estacions de l'any i dies núvols i clars. Supposeu que el 10% d'aquesta energia solar es pogués convertir en energia elèctrica, quina àrea es necessitaria per substituir una gran central nuclear que produeix 10^9 W ?

Sol.: 50 km^2 .

45. Els salts d'aigua del riu Niàgara a Canadà, fan aproximadament de 50 m d'alçada i 800 m d'amplada. L'aigua es mou a una velocitat de 10 m/s i tenen una profunditat de 1 m en el moment de caure. a) Quin volum d'aigua cau per cada segon? b) Quin es la pèrdua d'energia potencial d'aquest volum d'aigua en caure? c) Si aquesta energia es convertís directament en energia elèctrica, quina potència es produiria? d) La capacitat total de producció d'energia elèctrica dels Estats Units és aproximadament $5 \cdot 10^{11} \text{ W}$, quin percentatge d'aquesta energia

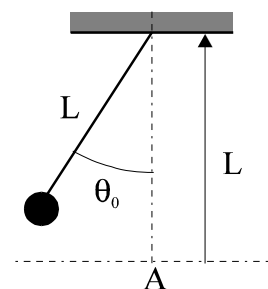
es podria produir si s'aprofités el 80 % de l'energia dels salts d'aigua del Niàgara?

Sol.: a) 8000 m³; b) 3,92 10⁹ J; c) 3,92 10⁹ W; d) 0,63 %.

46. En una erupció volcànica són expulsats 4 km³ de muntanya amb una densitat de 1600 kg/m³ a una alçada de 500 m, a) quina energia s'ha alliberat en l'erupció? b) L'energia alliberada per les bombes es mesura en megatonnes de TNT on una megatona de TNT equival a 4,2 10¹⁵ J. Expressiu el resultat anterior en megatonnes de TNT.

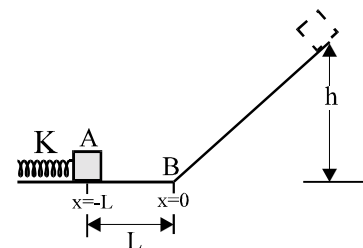
Sol.: a) 3,14 10¹⁶ J; b) 7,47 megatonnes de TNT.

47. El pèndol de la figura està constituït per un fil de longitud L i massa menyspreable del qual penja una bola de massa m . Si inicialment està en repòs formant un angle θ_0 amb la vertical, avalueu la seva velocitat quan passa pel punt A i la màxima alçada que assolirà al costat dret del punt A .



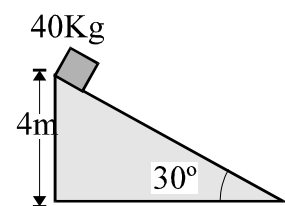
Sol: $v_A = \sqrt{2 g L (1 - \cos \theta_0)}$; $h_{\max} = L (1 - \cos \theta_0)$

48. El bloc de massa m de la figura es troba inicialment al punt A aturat amb contacte amb la molla de constant elàstica K , que està comprimida una llargada L ($x_A = -L$). Quan es deixa anar el bloc puja per la rampa fins una alçada màxima h . Avalueu L en funció de l'alçada h . Avalueu la velocitat de la massa quan passa pel punt B ($x=0$) en funció de l'alçada h . La posició d'equilibri de la molla es troba a $x=0$.



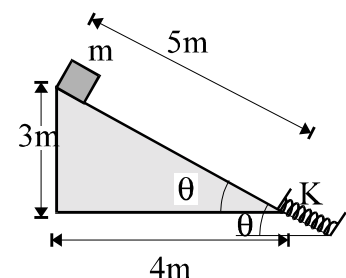
Sol: $L = \sqrt{\frac{2 m g h}{K}}$; $v_B = \sqrt{2 g h}$

49. Calculeu la velocitat amb la que arriba al final del pla inclinat la massa de 40 kg representada a la figura, si inicialment la massa està aturada a la part més alta del pla (4 m), i el pla forma un angle de 30° amb l'horitzontal. El coeficient de freg dinàmic entre la superfície del pla i el bloc és de 0,2.



Sol: $v = 7,16$ m/s.

50. Es deixa caure un bloc de massa 0.73 kg al llarg d'un pla inclinat de 5m de longitud i sense fricció. Al final de la rampa hi ha una molla de constant $k = 1200$ N/m. (a) Avalueu la compressió de la molla quan la massa es troba a baix i aturada. (b) Quina magnitud té la velocitat quan la massa contacte amb la molla?



Sol. 0,19 m; 7,7 m/s.

51. Repetiu el problema anterior, però suposant que hi ha frec entre el pla inclinat i la massa, suposeu que el coeficient de fricció dinàmic és $\mu_D = 0,1$.

Sol: 0,18 m; 7,14 m/s.

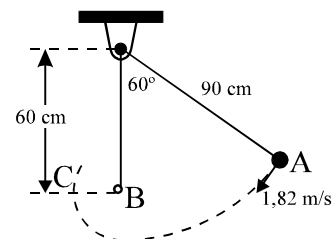
52. Un bomber de 60 kg llisca a través d'una barra, la força de fricció dinàmica és constant i val 300 N. Al final de la barra, per tal d'esmorteir el cop es troba una plataforma horitzontal de 20 kg recolzada sobre el terra mitjançant una molla de constant 2500 N/m. Si el bomber baixa 5 m abans de tocar la plataforma horitzontal, i suposant que inicialment la seva velocitat és zero, calculeu: (a) la velocitat del bomber just abans del xoc amb la plataforma, (b) la distància màxima que es comprimeix la molla.

Sol: 6,93 m/s; 1,14 m.

53. Dues forces iguals actuen sobre dos cossos de masses diferents (1Kg i 1g respectivament) i que inicialment es troben aturats. Si el temps que actuen ambdues forces es el mateix avalueu: (a) la relació entre les velocitats d'ambdues masses, (b) la relació entre l'energia cinètica d'ambdues masses.

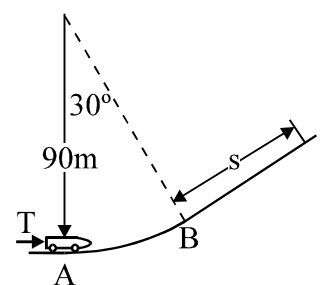
Sol: a) $v_2/v_1 = 1000$; b) $E_{c2}/E_{c1} = 1000$.

54. La esfera de la figura surt inicialment de la posició A amb una velocitat inicial de 1,82 m/s, oscil·lant en el pla vertical. A la posició més baixa el cordill xoca amb una barra fixa B i l'esfera continua oscil·lant, segons s'indica la trajectòria puntejada, calculeu la velocitat de la bola al punt C.



Sol: 2,5 m/s.

55. Un petit vehicle experimental que es mou mitjançant un motor de reacció i amb una massa de 100 kg, i inicialment aturat al punt A es mou amb un fregament negligible al llarg de la pista vertical, tal i com es veu a la figura. Si el motor exerceix una força constant de 1780 N entre els punts A i B (es talla l'aixeta de combustible en el punt B) calculeu la distància s que recorre abans d'aturar-se. Podeu negligir tant els efectes de fricció com la pèrdua de massa deguda al motor de reacció.



Sol: $s = 147$ m.