

Força sobre càrregues puntuals

1. La Terra té un camp elèctric prop de la seva superfície d'aproximadament 150 N/C que es dirigeix cap avall. (a) Compareu la força elèctrica ascendent feta sobre l'electró amb la força gravitatòria dirigida cap avall. (b) Quina càrrega s'hauria de subministrar a una moneda de 3 g per què el camp elèctric s'equilibri amb el seu pes aprop de la superfície de la Terra?

Solució: (a) $F_e \gg F_g$; (b) $1,96 \times 10^{-4} \text{C}$ (uns 10^{15} electrons).

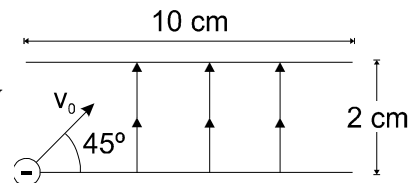
2. Un electró té una velocitat inicial de $2 \cdot 10^6 \text{m/s}$ en la direcció i sentit de l'eix de les x . Entra dins d'una regió de camp elèctric uniforme $\vec{E} = (400 \text{ N/C}) \vec{j}$ paral·lel al eix y . (a) Calculeu l'acceleració de l'electró. (b) Quant temps trigarà l'electró en recórrer 10 cm en la direcció x ? (c) Quin serà el valor de la desviació en el eix y de l'electró després de recórrer 10 cm en la direcció x ?

Solució: (a) $-(7,03 \times 10^{13} \text{m/s}^2) \vec{j}$; (b) $5 \times 10^{-8} \text{s}$; (c) $-8,79 \text{ cm}$.

3. Una càrrega puntual de $-5 \mu\text{C}$ està situada en $x=4 \text{m}$, $y=-2 \text{m}$. Una segona càrrega puntual de $12 \mu\text{C}$ es troba a $x=1 \text{m}$, $y=2 \text{m}$. (a) Avalueu la magnitud i direcció del camp elèctric a $x=-1 \text{m}$, $y=0$. (b) Calculeu la magnitud i direcció de la força sobre un electró situat a $x=-1 \text{m}$, $y=0$.

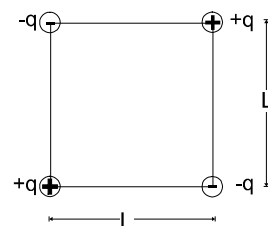
Solució: (a) $E = 1,3 \cdot 10^4 \text{N/C}$; $231,3^\circ$ respecte eix x ; (b) $F = 2,08 \cdot 10^{-15} \text{N/C}$, $51,3^\circ$ respecte eix x .

4. Un electró parteix, de la posició indicada a la figura, amb una velocitat inicial de $v_0 = 5 \cdot 10^6 \text{m/s}$ formant un angle de 45° amb l'eix x . El camp elèctric és uniforme, té la direcció y positiva, i la seva magnitud és de $3,5 \cdot 10^3 \text{N/C}$. Sobre quina placa i en quina posició xocarà l'electró?



Solució: placa inferior, $x = 4,07 \text{ cm}$.

5. Quatre càrregues del mateix valor es troben als vèrtexs d'un quadrat de costat L (vegeu figura). (a) Calculeu el valor i la direcció de la força feta sobre la càrrega situada en el vèrtex inferior esquerra per les altres càrregues. (b) Demostreu que el camp elèctric creat per les quatre càrregues en el punt mig d'un dels costats del quadrat està dirigit al llarg d'aquest costat vers la càrrega negativa, i pren un valor de:



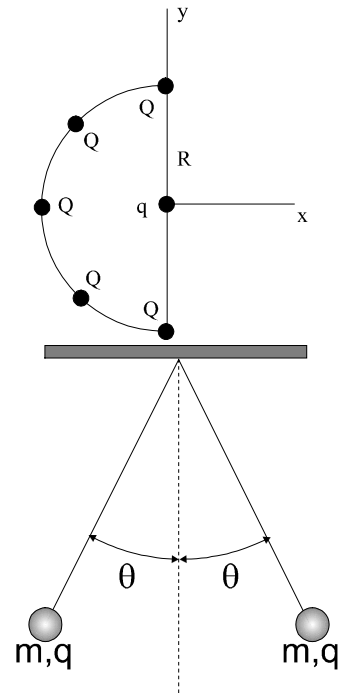
$$\vec{E} = K \frac{8q}{L^2} \left(1 - \frac{\sqrt{5}}{25} \right) \vec{i}$$

Solució: $F = K \frac{q^2}{L^2} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2} \right)$, direcció: 45° respecte l'eix x positiu.

6. Dues càrregues q_1 i q_2 combinades donen una càrrega neta de $6 \mu\text{C}$. Quan es troben separades una distància de 3 m la magnitud de la força que exerceix cada una de les càrregues sobre l'altre és de 8 mN. Trobeu el valor de q_1 i q_2 si (a) si la força és repulsiva i (b) si la força és atractiva.

Solució: a) $4\mu\text{C}$, $2\mu\text{C}$, b) $-1,12\mu\text{C}$, $7,12\mu\text{C}$.

7. Cinc càrregues iguals Q es troben igualment espaiades sobre un semicercle de radi R tal i com s'il·lustra a la figura. Calculeu la força exercida per les cinc càrregues sobre una càrrega puntual q situada al centre del semicercle.



Solució: $\vec{F} = k \frac{Qq}{R^2} (\sqrt{2} + 1)\vec{i}$

8. Dues esferes petites de massa m es troben suspeses d'un punt comú mitjançant cordes de longitud L . Quan cadascuna de les esferes transporta la càrrega q , cada corda forma un angle θ amb la vertical (vegeu figura). (a) Demostreu que la càrrega q val:

$$q = 2L \sin \theta \sqrt{\frac{mg \operatorname{tg} \theta}{K}}, \text{ on } K \text{ és la constant de Coulomb. (b)}$$

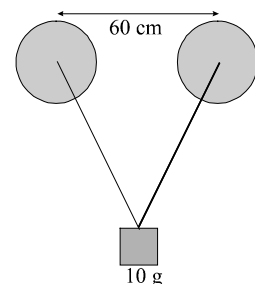
Determineu q si $m = 10\text{g}$, $L = 50\text{ cm}$ i $\theta = 10^\circ$.

Solució: (b) $q = 0,241 \mu\text{C}$.

9. En calcular l'acceleració de electró, o d'una altre partícula carregada, té una especial importància la raó entre la càrrega i la massa de la partícula - e/m . (a) Calculeu e/m per a un electró. (b) Quin és el valor i la direcció de l'acceleració d'un electró en un camp elèctric uniforme de 100 N/C ? (c) Tot recordant que la mecànica no relativista només es pot emprar quan la velocitat de electró és bastant més petita que la velocitat de la llum, calculeu el temps que triga un electró situat en repòs a l'interior d'un camp elèctric de 100 N/C per a assolir una velocitat de $0,01 c$ ($c=3 \times 10^8\text{ m/s}$). (d) Quina distància recorrerà electró en aquest temps?

Solució: (a) $1,76 \times 10^{11}\text{ C/kg}$; (b) $1,76 \times 10^{13}\text{ m/s}^2$, oposada a \vec{E} ; (c) $0,171 \mu\text{s}$, d) $25,6\text{ cm}$.

10. Dos globus d'heli tenen la mateixa càrrega. Pengem un cordill de 50 cm de longitud del centre de cada globus. Lliguem a l'extrem dels dos cordills una massa de 10 g . La distància entre els dos globus és de 60 cm . Calculeu la càrrega de cada globus.



Solució: $1,21 \cdot 10^{-6}\text{ C}$.

Potencial elèctric

11. Tres càrregues puntuals es troben a l'eix x , q_1 a l'origen, q_2 a $x=3\text{m}$ i q_3 a $x=6\text{m}$. Calculeu el potencial en el punt $x=0$ i $y=3\text{m}$ si: (a) $q_1=q_2=q_3= 2\mu\text{C}$, (b) $q_1=q_2= 2\mu\text{C}$ i $q_3=-2\mu\text{C}$, (c) $q_1=q_3= 2\mu\text{C}$ i $q_2= -2\mu\text{C}$. Preneu com a referència pel càlcul del potencial $V=0$ quan $r=\infty$.

Solució: (a) $1,29 \cdot 10^4\text{V}$, (b) $7,56 \cdot 10^3\text{V}$, (c) $4,44 \cdot 10^3\text{V}$.

12. Els punts A , B i C són els vèrtex d'un triangle equilàter de 3m de costat. En els vèrtex A i B hi ha càrregues positives iguals, de $2\mu\text{C}$. (a) Quant val el potencial en el punt C ?. Quant de

treball cal fer per a dur una càrrega positiva de $5\mu\text{C}$ des de l'infinit al punt C si les altres càrregues es mantenen fixes? (c) contesteu als apartats (a) i (b) si la càrrega B es reemplaça per una de $-2\mu\text{C}$. Preneu com a referència pel càlcul del potencial $V=0$ quan $r=\infty$.

Sol. (a) 12000 V; (b) 0.06 J; (c) 0 V, 0 J.

13. Es col·loca una càrrega puntual de $+10\text{ nC}$ al punt (1,1) m. És situa una segona càrrega puntual de -5 nC al punt (5,1) m. Calculeu: (a) El mòdul i la direcció del camp elèctric creat per les dues càrregues als punts (5,4) m i (1,-2) m. (b) La magnitud i direcció de la força realitzada per les dues càrregues sobre un electró situat al punt (5,4) m. (c) El potencial creat per les dues càrregues als punts (5,4) m i (1,-2) m. Preneu com a referència $V=0$ quan $r=\infty$. (d) El treball que cal fer per dur un electró des del punt (5,4) m al punt (1,-2) m.

Sol. (a) $E(5,4)=4,04\text{ N/C}$, $-44,6^\circ$, $E(1,-2)=9,04\text{ N/C}$, $-80,8^\circ$; (b) $6,4710^{-19}\text{ N}$, $135,4^\circ$; (c) $V(5,4)=3\text{V}$, $V(1,-2)=21\text{V}$; (d) $-2,8810^{-18}\text{ J}$.

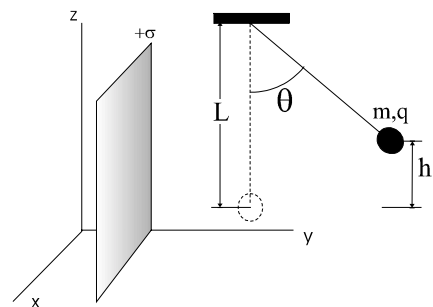
14. Un camp elèctric uniforme de 2kN/C està en la direcció x . Una càrrega puntual $Q=3\mu\text{C}$ és alliberada des del repòs en l'origen. (a) Quant val l'energia de la càrrega quan $x=4\text{m}$?. (b) Quant val el canvi de la seva energia potencial des de $x=0\text{m}$ fins a $x=4\text{m}$? (c) Quant val la diferència de potencial $V(4\text{m})-V(0)$?

Sol. (a) $2,4\text{ }10^{-2}\text{ J}$; (b) $-2,4\text{ }10^{-2}\text{ J}$; (c) -8000V .

15. Un pla infinit, de densitat superficial de càrrega $\sigma=+2,5\mu\text{C/m}^2$, es troba en el pla yz . (a) Quin és el mòdul del camp elèctric expressat en newtons per Coulomb? I en volts per metre? Quina és la direcció i el sentit del vector \vec{E} per a valors positius de x ? (b) Quina és la diferència de potencial V_b-V_a quan el punt b es troba a $x=20\text{ cm}$ i el punt a es troba a $x=50\text{cm}$? (c) Quin treball cal per què un agent extern desplaci una càrrega de prova $q_0=+1,5\text{nC}$ des del punt a al punt b ?

Solució: (a) $\vec{E}=(1,41\cdot 10^5\text{N/C})\vec{i}=(1,41\cdot 10^5\text{V/m})\vec{i}$; (b) $4,24\cdot 10^4\text{V}$; (c) $6,35\cdot 10^{-5}\text{J}$.

16. Una esfera massissa no conductora de massa m i amb una càrrega $+q$ (positiva) es suspèn d'un punt mitjançant una corda de longitud L . A prop d'aquesta càrrega situem un pla no conductor i carregat homogèniament amb una densitat de càrrega superficial $+\sigma$ (positiva), tal i com s'indica en el dibuix. (a) Avalueu l'angle θ pel qual la bola està en equilibri. Si inicialment l'esfera forma un angle zero amb la vertical (traçat puntejat). (b) Avalueu en funció de l'angle θ la variació d'energia potencial elèctrica entre el punt inicial i el punt d'equilibri.



Sol. (a) $\theta = \arctg\left(\frac{q\sigma}{2\varepsilon_0 mg}\right)$; (b) $\Delta U = -q\frac{\sigma L \sin\theta}{2\varepsilon_0}$

Llei de Gauss.

17. Una superfície gaussiana cúbica té una cantonada a l'origen i l'oposada, segons la diagonal, al punt (l,l,l) , així doncs les seves arestes són paral·leles als eixos. També hi ha tres càrregues puntuals en les següents posicions: $q_1=33$ nC en el punt $(l/2,0,2l)$, $q_2=-54$ nC en el punt $(l/3,l/4,l/3)$ i $q_3=28$ nC en el punt $(l/4,l/2,l/3)$. Quin és el flux a través de la superfície gaussiana?

Sol. -2940 Nm²/C.

Propietats dels conductors en equilibri electrostàtic.

18. (a) Què vol dir que un material està en equilibri electrostàtic? (b) Justifiqueu que el valor del camp elèctric a l'interior d'un conductor en equilibri electrostàtic és zero. (c) Avalueu la distribució de càrrega a l'interior d'un conductor. (d) Què podem dir del camp elèctric i la distribució de càrrega a la superfície del conductor. (e) Quina és la diferència de potencial entre dos punts interiors d'un conductor en equilibri electrostàtic? (f) Quina és la diferència de potencial entre un punt interior i un punt de la superfície d'un conductor en equilibri electrostàtic?

19. El camp elèctric just per sobre de la superfície de la Terra, mesurat experimentalment, val 150 N/C, i és dirigit cap avall. Quina càrrega neta té la superfície de la terra segons aquesta mesura.

Sol. $-6,77 \cdot 10^5$ C.

20. (a) Determineu la densitat de càrrega superficial màxima $\sigma_{m\grave{a}x}$, que pot existir sobre un conductor abans que es produeixi la ruptura dielèctrica de l'aire. (b) Si una esfera conductora s'ha de carregar amb un potencial de 10000 V, quin és el radi més petit possible per a l'esfera, per què el camp elèctric no superi la ruptura dielèctrica de l'aire? Preneu com a referència pel càlcul del potencial $V=0$ quan $r=\infty$. Límit de ruptura dielèctrica de l'aire 3 MV/m.

Sol.: (a) $26,6\mu\text{C}/\text{m}^2$; (b) $3,33$ mm.

Capacitat i Condensadors

21. Supposeu que un condensador de plaques paral·leles es carrega i després es desconnecta de la bateria. Posteriorment dupliquem la distància entre les plaques. Descriviu els canvis que es produeixen en les següents magnituds (negligiu els efectes a les vores): (a) la càrrega a les plaques, (b) la capacitat, (c) el camp elèctric entre les plaques, (d) la diferència de potencial entre ambdues, (e) la energia del condensador, (f) la densitat d'energia entre les plaques. Supposeu ara que el condensador es manté connectat a la bateria quan dupliquem la distància entre les plaques. Descriviu els canvis que es produeixen en les següents magnituds (negligiu els efectes als bords): (a) la diferència de potencial entre les plaques, (b) la capacitat, (c) la càrrega de les plaques, (d) el camp elèctric entre les plaques, (e) la energia del condensador, (f) la densitat d'energia entre les plaques.

22. Un condensador de plaques paral·leles té $2 \mu\text{F}$ de capacitat i una separació de $1,6 \text{ mm}$ entre les plaques. (a) Quan val la màxima diferència de potencial entre les plaques sense que es produeixi ruptura dielèctrica de l'aire entre les plaques? ($E_{\text{màx}} = 3 \text{ MV/m}$) (b) Quanta càrrega emmagatzema el condensador a aquesta diferència de potencial màxima?

Sol.: (a) 4800 V ; (b) $9,6 \text{ mC}$.

23. Determineu l'energia per unitat de volum en un camp elèctric que és igual a la resistència dielèctrica de l'aire (3 MV/m).

Sol.: $39,8 \text{ J/m}^3$.

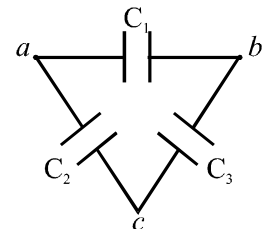
24. Una bateria típica de plom i àcid emprada en els automòbils emmagatzema de l'ordre de 1 kWh ($3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$) d'energia elèctrica, i la diferència de potencial entre els seus terminals es de 12 V . (a) Determineu la capacitat d'un condensador de plaques paral·leles que tingues acumulada aquesta energia quan la diferència de potencial entre les seves plaques fos 12 V . (b) Si la separació entre les plaques és de $1,0 \text{ mm}$ quina és la longitud de les plaques (suposeu plaques quadrades). Creieu que els condensadors poden substituir a les bateries en els cotxes?

Sol.: (a) 50000 F ; (b) $2,38 \cdot 10^6 \text{ m}$.

25. Un condensador de $2,0 \mu\text{F}$ es carrega a una diferència de potencial de 12 V i a continuació es desconnecta de la bateria. (a) Quina càrrega assoleix el condensador. (b) Quan un segon condensador inicialment descarregat es connecta en paral·lel amb el primer condensador la diferència de potencial baixa a $4,0 \text{ V}$. Quan val la capacitat del segon condensador?

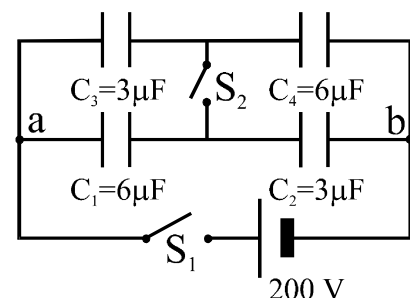
Sol.: (a) $24 \mu\text{C}$; (b) $4 \mu\text{F}$.

26. Tres condensadors es connecten de manera que formen una xarxa triangular, tal i com s'indica a la figura. Esbrineu la capacitat equivalent entre els terminals a i c



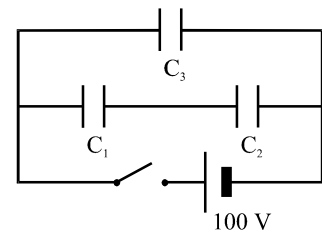
Sol.: $\frac{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3}{C_1 + C_3}$.

27. En el circuit de la figura, calculeu la càrrega total Q , i la diferència de potencial $V_a - V_b$ després d'efectuar les operacions següents de manera consecutiva: (a) es tanca l'interruptor S_1 i es manté obert l'interruptor S_2 , (b) s'obre l'interruptor S_1 i es tanca l'interruptor S_2 , (c) es tanca l'interruptor S_1 i es manté tancat l'interruptor S_2 .



Sol.: (a) $Q = 8,0 \cdot 10^{-4} \text{ C}$, $V_a - V_b = 200 \text{ V}$; (b) $Q = 8,0 \cdot 10^{-4} \text{ C}$, $V_a - V_b = 178 \text{ V}$; (c) $Q = 9,0 \cdot 10^{-4} \text{ C}$, $V_a - V_b = 200 \text{ V}$.

28. En el circuit de la figura hi ha tres condensadors inicialment descarregats amb $C_1=0,5\mu\text{F}$, $C_2= 0,1\mu\text{F}$ i $C_3=1,0 \mu\text{F}$. Calculeu, després de tancar l'interruptor (a) l'energia subministrada per la bateria (b) la distribució de càrrega i energia a cadascun dels condensadors.

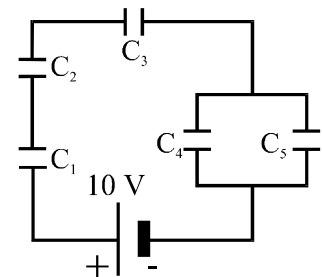


Sol.: (a) $5,42 \cdot 10^{-3} \text{ J}$, (b) $Q_1=Q_2=8,33 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $Q_3=1,0 \cdot 10^{-4} \text{ C}$; $U_1=6,94 \cdot 10^{-5} \text{ J}$, $U_2=3,47 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ $U_3=5 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

29. Un condensador de $1,0 \mu\text{F}$ es connecta en paral·lel amb un condensador de $2,0 \mu\text{F}$ i aquesta combinació es connecta en sèrie amb un condensador de $6,0 \mu\text{F}$. (a) Representeu gràficament la combinació resultant. (b) Calculeu la seva capacitat equivalent?

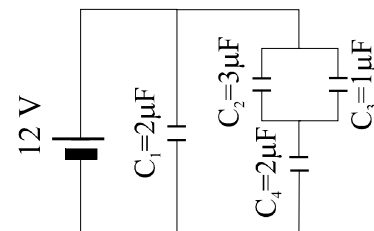
Sol.: (b) $2 \mu\text{F}$

30. Si la capacitat de cada condensador del circuit de la figura és de $5 \mu\text{F}$: (a) Calculeu la capacitat equivalent del sistema, (b) la càrrega que adquireix cada condensador.



Sol.: (a) $C_{eq} = \frac{10}{7} \mu\text{F}$; (b) $Q_1=Q_2=Q_3=14,286 \mu\text{C}$, $Q_4=Q_5=7,143 \mu\text{C}$

31. Si el circuit de la figura es carrega amb una bateria de 12 V . Calculeu: (a) La capacitat equivalent del sistema i la càrrega total emmagatzemada en el circuit. (b) La càrrega que adquireix cada condensador i l'energia emmagatzemada a cada condensador.



Sol.: (a) $10/3\mu\text{F}$, $40\mu\text{C}$; (b) $Q_1=24\mu\text{C}$ $U_1=1,44 \cdot 10^{-4} \text{ J}$, $Q_2=12\mu\text{C}$ $U_2=2,4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$, $Q_3=4\mu\text{C}$ $U_3=8 \cdot 10^{-6} \text{ J}$; $Q_4=16\mu\text{C}$ $U_4=6,4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$.

32. Un condensador de plaques paral·leles té plaques de 600 cm^2 d'àrea i una separació de 4 mm . Es carrega a 100 V i a continuació es desconnecta de la bateria. (a) Trobeu el camp elèctric E_0 , la densitat de càrrega σ i l'energia potencial electrostàtica U . A continuació, s'hi introdueix un dielèctric de constant $\kappa=4$, omplint completament l'espai entre les plaques. Determineu (b) el nou camp elèctric E i (c) la diferència de potencial V .

Sol.(a) $2,5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$, $2,21 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$, $6,64 \cdot 10^{-7} \text{ J}$; (b) 6250 V/m ; (c) 25 V .

33. Un cert dielèctric amb constant dielèctrica $\kappa=24$ pot resistir un camp elèctric de $4 \cdot 10^7 \text{ V/m}$. Supposeu que el volem fer servir per construir un condensador de $0,1 \mu\text{F}$ de capacitat que pugui resistir una diferència de potencial 2000 V . (a) Quina és la separació mínima entre les plaques? (b) amb aquesta separació mínima, quant ha de valdrà la superfície de les plaques?

Sol.(a) $0,05 \text{ mm}$; (b) 235 cm^2 .