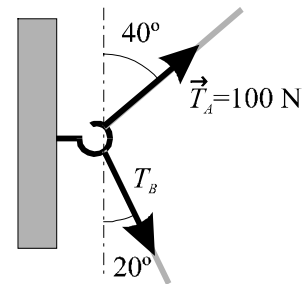


Càlcul vectorial

1. Els cables *A* i *B* de la figura exerceixen forces \vec{T}_A i \vec{T}_B . Quina és la tensió en el cable *B* per tal que la força total exercida sigui perpendicular a la paret?

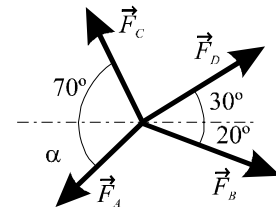


Sol.: $T_B=81,5$ N.

2. Si $\vec{F}_A = 600\vec{i} - 800\vec{j}$ N i $\vec{F}_B = 200\vec{i} - 200\vec{j}$ N, Quina és la magnitud de $\vec{F} = \vec{F}_A - 2\vec{F}_B$?

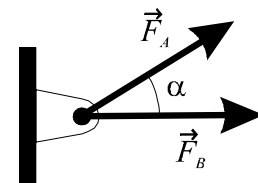
Sol.: $|\vec{F}|=447$ N.

3. Les quatre forces concurrents mostrades a la figura donen una suma vectorial nul·la. Si $|\vec{F}_B|=800$ N, $|\vec{F}_C|=1000$ N i $|\vec{F}_D|=900$ N. Quin és el valor de $|\vec{F}_A|$ i de l'angle α ?



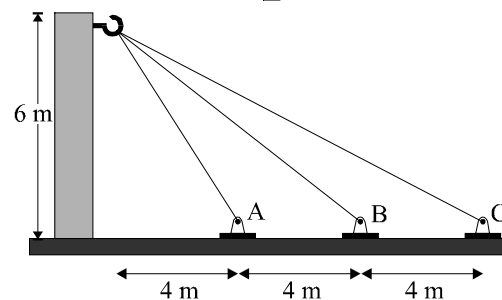
Sol.: $|\vec{F}_A|=1630$ N, $\alpha=43,2^\circ$.

4. La magnitud de cadascuna de les forces de la figura és de 100 N. Se sap que el suport cedirà quan la magnitud de la força total exercida sobre ell sigui de 150 N. Quin interval de l'angle α és acceptable?



Sol.: $277^\circ > \alpha > 82,8^\circ$.

5. Les tensions en els cables són totes iguals. Si la magnitud de la força total exercida sobre la paret és de 200 kN, quina és la tensió dels cables?



Sol.: 68,9 kN.

6. Considereu els vectors $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ i $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$. (a) Determineu l'angle que formen els dos vectors. (b) Calculeu quan hauria de valer la segona component del vector \vec{v} per tal que els dos vectors fossin perpendiculars.

Sol.: (a) $127,2^\circ$; (b) $v_y=5$.

7. Considereu els vectors $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j} - 12\vec{k}$ i $\vec{v} = -\vec{i} + 7\vec{j} + 6\vec{k}$. Determineu el mòdul d' \vec{u} , els angles θ_x , θ_y i θ_z que forma el vector \vec{u} amb els eixos de coordenades, i el mòdul del vector $\vec{R} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$.

Sol.: $|\vec{u}| = 13$; $\theta_x=76,6^\circ$, $\theta_y=107,9^\circ$, $\theta_z=157,4^\circ$; $|\vec{R}|=14,6$.

8. El vector força \vec{F} té un mòdul de 800 N i forma un angle de 60° respecte l'eix y . Expressieu \vec{F} en funció de les seves dues components.

Sol.: $\vec{F} = 693\vec{i} + 400\vec{j}$.

9. Una força de 140 N és aplicada sobre una recta que va del punt $A (200,200,-100)$ mm al punt $B (800,500,-300)$ mm. La força apunta cap a B . Expressieu la força en components.

Sol.: $\vec{F} = 120\vec{i} + 60\vec{j} - 40\vec{k}$ N.

10. Tenim el vector $\vec{F} = 3\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$ N. Trobeu el mòdul de \vec{F} i les components del vector unitari que té la mateixa direcció.

Sol.: $|\vec{F}| = 5,38$ N; $\vec{u} = 0,557\vec{i} - 0,743\vec{j} - 0,371\vec{k}$.

11. Els dos vectors $\vec{u} = u_x\vec{i} - 4\vec{j}$ i $\vec{v} = -2\vec{i} + 6\vec{j}$ són perpendiculars. Trobeu el valor de la component u_x .

Sol.: $u_x = -12$.

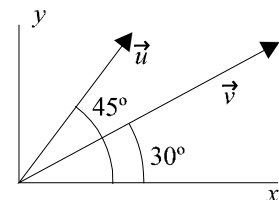
12. Determineu el producte vectorial $\vec{u} \times \vec{v}$ amb $\vec{u} = -2\vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Sol.: $5\vec{k}$.

13. Considereu els vectors $\vec{u} = 6\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$ i $\vec{v} = -12\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{k}$. Calculeu el seu producte vectorial i comenteu què ens indica el resultat.

Sol.: $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{0}$, els dos vectors són paral·lels.

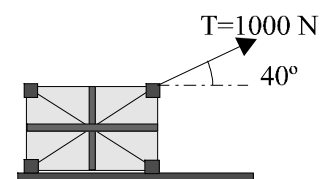
14. Els vectors de la figura tenen $|\vec{u}|=10$ i $|\vec{v}|=20$. Determineu $\vec{u} \times \vec{v}$ i $\vec{v} \times \vec{u}$ usant tant la regla del determinant com la definició de producte vectorial.



Sol.: $\vec{u} \times \vec{v} = -51,8\vec{k}$, $\vec{v} \times \vec{u} = 51,8\vec{k}$.

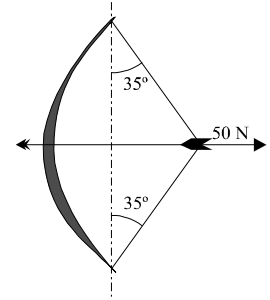
Equilibri de la partícula

15. La caixa té 300 kg de massa i el cable una tensió de 1 kN. Determineu la força normal i de fricció sobre la caixa si aquesta roman en repòs.



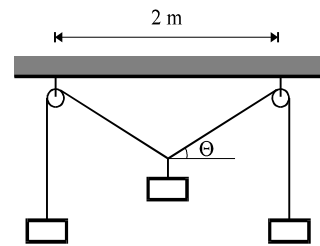
Sol.: $N=2300$ N, $F_f=766$ N.

16. Es requereix una força horitzontal de 50 N per a tensar l'arc fins a la posició indicada a la figura. Quina serà la tensió de les dues cordes de l'arc?



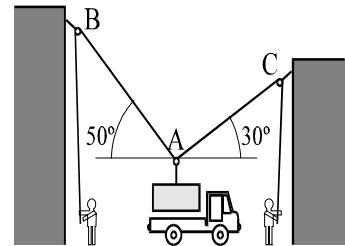
Sol.: $T=43,6$ N.

17. Les tres masses de la figura són iguals. Si el sistema resta en equilibri estàtic, Quin és l'angle θ ? Si cada corda té una longitud de 4 metres, quant baixen les masses laterals respecte a la central?



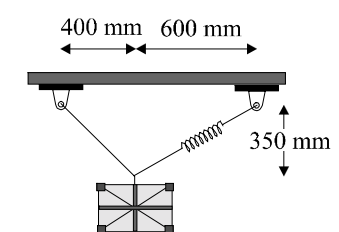
Sol: $\theta = 30^\circ$; 2.27 m.

18. Donada una caixa de fusta de 75 kg tal i com s'indica a la figura. Es vol carregar aquesta caixa sobre el camió, i per això es suspèn de dos cables que passen per dues corrioies clavades als edificis. Calculeu la tensió de cadascuna de les cordes.



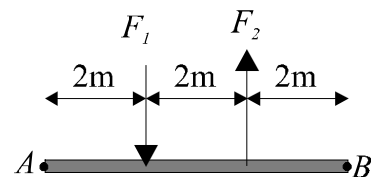
Sol: $T_{AB} = 647$ N; $T_{AC} = 480$ N.

19. La longitud natural de la molla (en estat de repòs) és de 660 mm i la seva constant k és de 1000 N/m. Quina és la massa del cos en suspensió? (recordeu que en una molla $F=-k(l-l_0)$, on l_0 és la longitud natural de la molla).



Sol.: 4,45 kg.

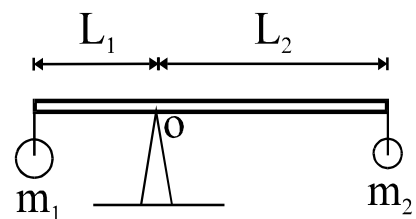
20. Supposeu una barra horitzontal d'extrems A i B separats 6 m. Si $F_1 = 50$ N i $F_2 = 100$ N, determineu la suma de moments respecte a A i respecte a B .



Sol.: $\sum M_A = 300Nm$; $\sum M_B = 0Nm$.

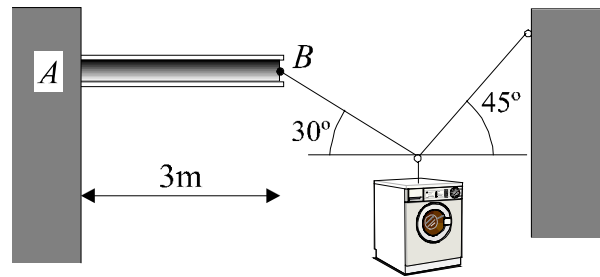
Equilibri del sòlid rígid

21. Una barra rígida de pes menyspreable es troba en equilibri estàtic sota l'acció de tres forces paral·leles : el dos pesos de les masses als extrems i la reacció del pivot. Les dades són : l_1 , l_2 i m_1 . Trobar la massa m_2 i la reacció del punt de recolzament.



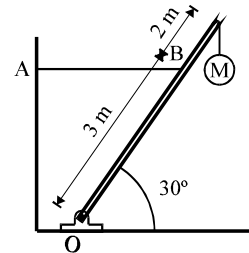
Sol: $m_2 = m_1 \frac{l_1}{l_2}$, $N = m_1 g \frac{(l_1 + l_2)}{l_2}$.

22. Considereu el sistema representat en el dibuix. La biga cedirà si la magnitud del moment respecte A supera els 600 Nm. Quina és la màxima massa que pot tenir la rentadora suspesa dels cables?



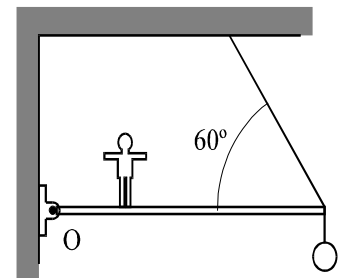
Sol.: $m=55,8$ kg.

23. La palanca de la figura té una massa menyspreable i es troba clavada al terra mitjançant una articulació.
 (a) Quin valor haurà de tenir M per tal que la corda AB estigui sotmesa a una tensió de 9800 N?
 (b) Quin serà el mòdul i la direcció de la força neta feta sobre la barra al punt O ?



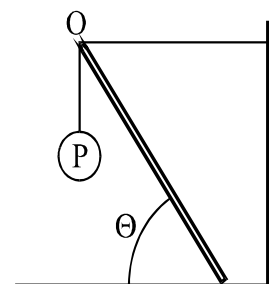
Sol: a) $M = 346,4$ Kg; b) $|F| = 10371$ N; $\alpha = 19,11^\circ$.

24. Un nen famolenc que pesa 712 N camina sobre una biga intentant agafar una piruleta que penja a l'extrem de la mateixa. La biga és uniforme, pesa 223 N, té 6 m de longitud i està subjecte a la paret a través d'una articulació i la piruleta pesa 89 N. Dibuixa el diagrama de cos lliure de la biga. Trobeu la tensió de la corda i les components de la força de reacció al punt O quan el nen es troba a 0,9 m de distància de la paret. Si la corda pot resistir una tensió màxima de 890 N, quina és la distància màxima que podrà recórrer el nen abans de que es trenqui la corda.



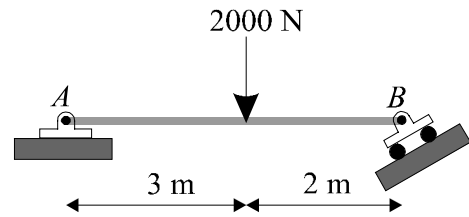
Sol: $T = 355$ N; $R_x = 177$ N i $R_y = 717$ N; 4,8 m.

25. Una biga uniforme de massa M forma un angle θ amb l'horitzontal de forma que l'altre extrem superior està suportat per una corda horitzontal lligada a la paret, i el seu extrem inferior descansa sobre un terra rugós. Si el coeficient de fricció estàtic entre la biga i el terra és μ_e
 a) Determineu l'expressió pel pes màxim P_{max} que pot ser penjat de la part superior abans de que la biga rellisqui
 Determineu quan la fricció assoleix el seu valor màxim i en funció de M , θ i μ_e
 b) La magnitud de la força de reacció del terra.
 c) Determineu la magnitud de la força aplicada sobre la biga al punt O .



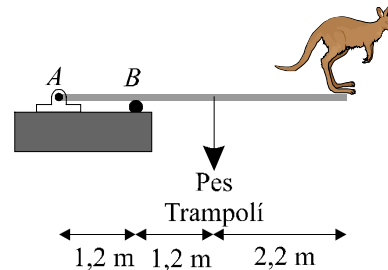
$$\text{Sol: } P_{\max} = \frac{Mg \cos \theta - 2 \mu_e \sin \theta}{2 \mu_e \sin \theta - \cos \theta}, F_R = (P_{\max} + Mg) \sqrt{1 + \mu_e^2}; F = \sqrt{\mu_e^2 (P_{\max} + Mg)^2 + P_{\max}^2}$$

26. La biga de la figura té un suport de passador en A i un rodet en B . El pla on es repenja el suport B té una inclinació de 30° . Quin valor tenen les reaccions en els suports?



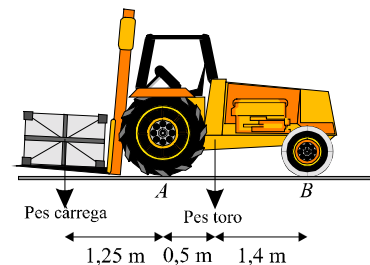
Sol.: $A_x=0,69$ kN, $A_y=0,80$ kN i $B=1,38$ kN.

27. La massa del cangur capbusador és de 80 kg i la del trampolí és de 45 kg. Dibuixeu el diagrama de sòlid lliure del trampolí i determineu les reaccions en A i B .



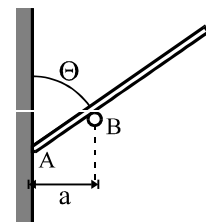
Sol.: $A_x=0$ N, $A_y=-2,66$ kN i $B=3,89$ kN.

28. El toro de la figura es troba en repòs. El pes de la càrrega és 2 kN i el pes del vehicle és de 8 kN. Quin valor tenen les reaccions en els punts A i B ?



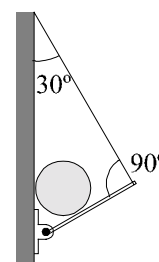
Sol.: $A=9,21$ kN i $B=0,789$ kN.

29. Una vareta homogènia de longitud $2l$ i pes P es troba entre una paret llisa i una clavilla llisa. Calcular l'angle θ entre la paret i la vareta corresponent a l'equilibri i les reaccions en A i B .



Sol: $\sin \theta = \left(\frac{a}{l}\right)^{\frac{1}{3}}$; $R_B = \frac{P}{\sin \theta}$; $R_A = P \cotg \theta$.

30. Tenim una barra de longitud $l = 40$ cm i pes 6 kp, que per un dels extrems està fixada a la paret mitjançant una articulació i per l'altre extrem està lligada a una corda fixada a la paret i formant un angle de 30° . La tensió màxima que pot aguantar la corda és de 15 kp. Trobeu el pes màxim que pot tenir una esfera de radi 8 cm col·locada sobre la barra sense trencar el fil.

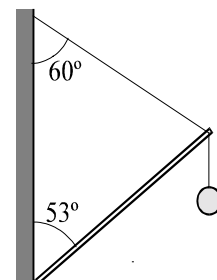


Sol: $P_{max}=31$ kp.

31. Una biga uniforme de longitud 4m i massa 10 kg suporta una massa de 20 kg tal i com es veu a la figura.

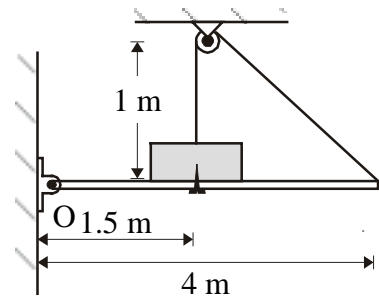
a) Feu el diagrama de cos lliure de la biga.

b) Trobar la tensió de la corda i les components de la força de reacció del pivot. Suposeu que existeix frec entre la paret i la biga.



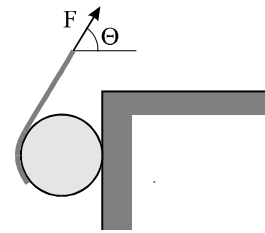
Sol: $T = 213$ N; $R_x = 184$ N; $R_y = 188$ N.

32. Una massa de 50 kg descansa sobre una biga de 150 kg, la qual està enganxada a la paret mitjançant una articulació tal i com es veu a la figura. Suposant que el sistema es trobi en equilibri: feu el diagrama de cos lliure del pes i de la biga. Justifiqueu perquè es necessària la presència del cargol que uneix el bloc amb la barra. Trobar la tensió de la corda i les components de la força de reacció del pivot.



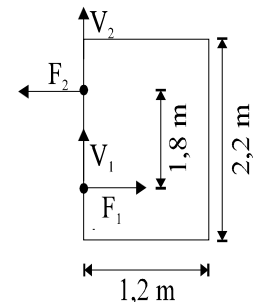
Sol: $T = 125,6 \text{ kp}$; $R_x = 116,6 \text{ kp}$; $R_y = 27,7 \text{ kp}$.

33. El cilindre de la figura es manté en equilibri mitjançant una corda que subministra una força F i per la fricció estàtica. Avalueu el valor mínim de μ_e per mantenir l'equilibri quan F forma un angle θ amb l'horitzontal.



Sol: $\mu_e = \frac{l}{\cos \theta}$

34. Una porta de 60 kg està agafada per dues xarneres tal i com es veu a la figura. Calcular la força que actua sobre cadascuna de les xarneres suposant que $V_1 = V_2$.



Sol: 36 kp.

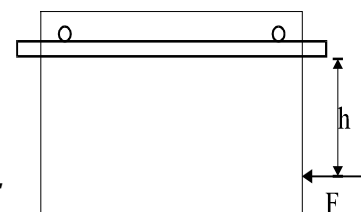
35. Una capsa que conté un frigorífic té una massa total de 300 kg i té forma de paral·lelepípede rectangular de 2 m d'alt per 0,8 m x 0,8 m de base. El coeficient de fregament entre la capsa i el terra val 0,30. Si volem arrossegar-la sobre el terra mitjançant l'aplicació d'una força horitzontal, quina ha de ser la magnitud de la força? A quina alçada màxima sobre el terra podem aplicar-la sense perill de bolcar?

Sol : 882 N; 1,33 m.

36. La capsa del problema anterior es troba sobre la plataforma d'un camió. Quan el camió frena bruscament, quin risc serà més gran, el de lliscament o el de bolcada de la capsa?

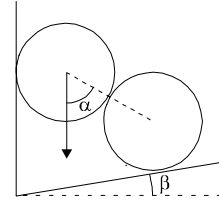
Sol: Bolcada si $\mu > 0.4$, lliscament si $\mu < 0.4$.

37. Una porta d'un garatge pesa 60 kp i està muntada sobre un carril aeri, com s'indica a la figura. Les rodes estan rovellades de manera no roden sinó que llisquen en la guia, essent 0,4 el coeficient de fricció cinètic. La distància entre les rodes és de 2 m i cada una d'elles dista 50 cm de les voreres verticals de la porta. S'empeny la porta mitjançant una força horitzontal F constant de manera que es mou uniformement. a) Si la línia d'acció d'aquesta força dista 1 m de la guia, quina és la força per a cada una de les rodes sobre el carril? b) Trobar la màxima distància a la que es pot aplicar la força horitzontal F sense que cap roda es separi del carril.



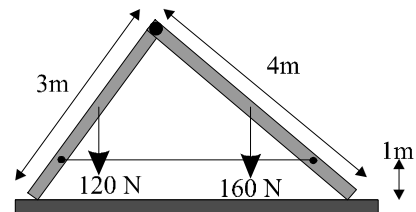
Sol : $F=24$ kp; $N_1 = 18$ Kp, $F_{F1} = 7,2$ kp; $N_2 = 42$ kp, $F_{F2} = 16,8$ kp; 2,5 m.

38. Obtenir l'angle α en el qual s'ha de posar dos cilindres iguals de pes i de radi per tal que mantinguin l'equilibri sobre el dièdre de la figura. Considereu que totes les superfícies són llises.



Sol : $\text{tg } \alpha = 2 \text{ tg } \beta$

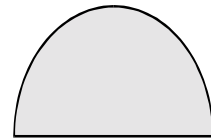
39. Dues barres estan unides entre sí per una aresta mitjançant frontisses i formen un angle recte gràcies al cable horitzontal que les uneix, situat a una alçada de 1 m sobre el terra. El conjunt està en repòs. Determineu:
 a) la força normal que fa el terra sobre cada barra.
 b) la tensió del cable
 c) la força que cada barra fa sobre l'altra en el vèrtex.



Sol.: a) $N_1=150$ N, $N_2=130$ N; b) $T=115$ N; c) $F=120$ N

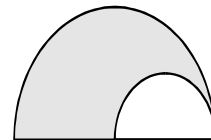
Càlcul del centre de masses.

40. Trobeu el centre de masses d'un semicercle de radi R .



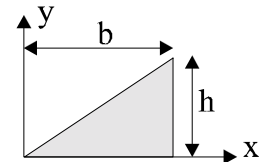
Sol : $\mathbf{r}_{CM} = (0, 4R/3\pi)$ (origen de coordenades centre del cercle)

41. Trobeu el centre de masses del objecte de la figura (semicercle al que li manca una part).



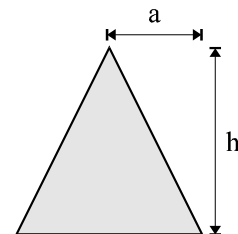
Sol : $\mathbf{r}_{CM} = (-R/6, 14R/9\pi)$ (origen de coordenades centre del cercle)

42. Trobeu el centre de masses d'un triangle rectangle d'alçada h i base b .



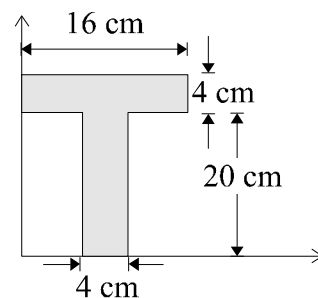
Sol : $\mathbf{r}_{CM} = (2b/3, h/3)$ (origen de coordenades al centre del cercle de la base).

43. Trobeu el centre de masses d'un triangle isòsceles d'alçada h i base $2a$.



Sol : $\mathbf{r}_{CM} = (0, h/3)$ (origen de coordenades al centre de la base).

44. Trobeu el centre de masses de la figura.

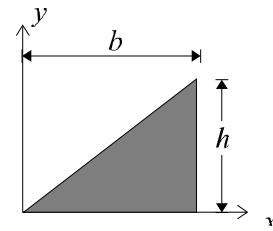


Sol : $\mathbf{r}_{CM} = (8, 15,3)$ cm.

Moments d'inèrcia

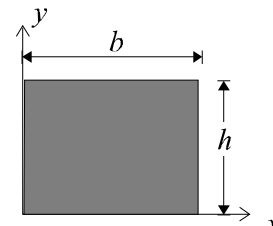
45. Determineu el moments d'inèrcia respecte als eixos x , y i el producte d'inèrcia del triangle de la figura.

Sol.: $I_y = \frac{1}{4}hb^3$, $I_x = \frac{1}{12}bh^3$, $I_{xy} = \frac{1}{8}b^2h^2$.



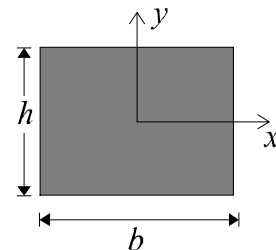
46. Determineu el moments d'inèrcia respecte als eixos x , y i el producte d'inèrcia del rectangle de la figura.

Sol.: $I_y = \frac{1}{3}hb^3$, $I_x = \frac{1}{3}bh^3$, $I_{xy} = \frac{1}{4}b^2h^2$.



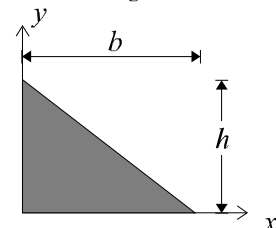
47. Determineu el moments d'inèrcia respecte als eixos x , y i el producte d'inèrcia del rectangle de la figura. Nota l'origen dels eixos coincideix amb el centre geomètric de la figura.

Sol.: $I_y = \frac{1}{12}hb^3$, $I_x = \frac{1}{12}bh^3$, $I_{xy} = 0$.



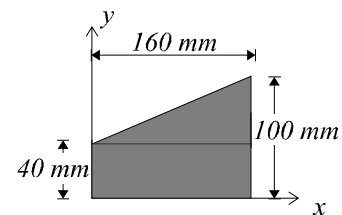
48. Determineu el moments d'inèrcia respecte als eixos x , y i el producte d'inèrcia del triangle de la figura.

Sol.: $I_y = \frac{1}{12}hb^3$, $I_x = \frac{1}{12}bh^3$, $I_{xy} = \frac{1}{24}b^2h^2$.



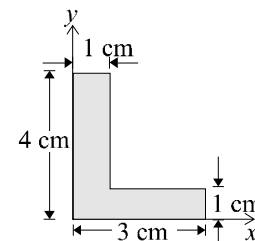
49. Determineu el moments d'inèrcia respecte a l'eix y de la superfície de la figura.

Sol.: $1.16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$.

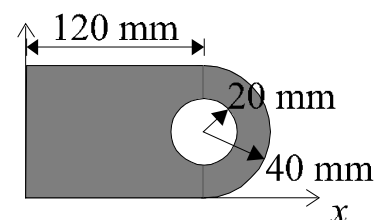


50. Determineu el moments d'inèrcia respecte als eixos x , y i el producte d'inèrcia de la superfície de la figura.

Sol.: $I_x=22 \text{ cm}^4$, $I_y=10 \text{ cm}^4$, $I_{xy}=6 \text{ cm}^4$.



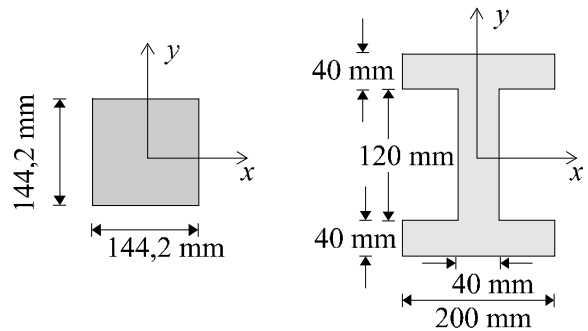
51. Determineu el moments d'inèrcia i el radi de gir respecte a l'eix y de la superfície de la figura. Nota: el moment d'inèrcia respecte d'un eix que passa pel centre d'un cercle de radi r és $\frac{1}{4}\pi r^4$, el moment d'inèrcia d'un semicercle de radi r respecte d'un eix paral·lel a la base del semicercle i que passa



pel centre geomètric del mateix és $\left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right)r^4$, i el centre geomètric es troba a una distància $\frac{4r}{3\pi}$ de la base.

Sol.: $I_y = 7,530 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$, $k_y = 83,3 \text{ mm}$.

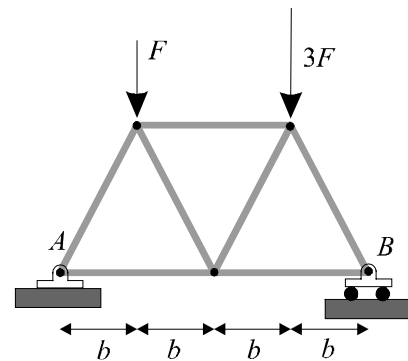
52. Determineu l'àrea i els moments d'inèrcia respecte a l'eix x de les dues superfícies de la figura. Nota: l'origen dels eixos coincideix amb el centre geomètric de les figures.



Sol.: a) $0,0208 \text{ m}^2$, $3,60 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$; b) $0,0208 \text{ m}^2$, $11,03 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$.

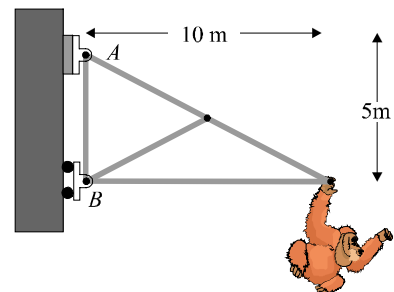
Estructures

53. La estructura de la figura té un suport de passador en A i un rodet en B . Determineu les reaccions en els suports.



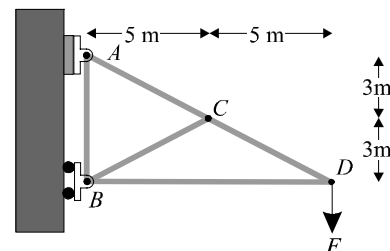
Sol.: $A_x = 0$, $A_y = 3/2F$ i $B = 5/2F$.

54. El pes del mico penjat és de 1000 N. Si negligim el pes dels elements de l'estructura, determineu les reaccions en els suports A i B . Nota el suport en A és un passador i en B un rodet.



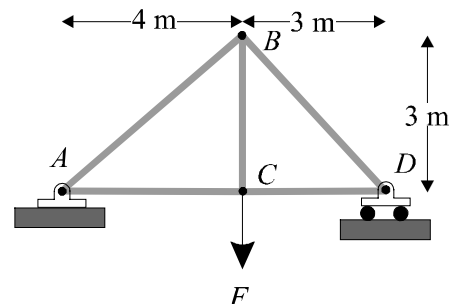
Sol.: $A_x = -2000 \text{ N}$, $A_y = 1000 \text{ N}$ i $B = 2000 \text{ N}$.

55. Si les barres de l'armadura dibuixada poden aguantar amb seguretat 10000 N de tensió i 2000 N de compressió. Determineu la càrrega màxima que podem aplicar al punt D .



Sol.: $F_{max} = 1200 \text{ N}$.

56. Determineu les forces axials en les barres de l'estructura de la figura. El valor de la força F és de 600 N.



Sol.: $T_{AB} = 429 \text{ N}$ (c), $T_{AC} = T_{CD} = 343 \text{ N}$ (t), $T_{BC} = 600 \text{ N}$ (t) i $T_{BD} = 485 \text{ N}$ (c).