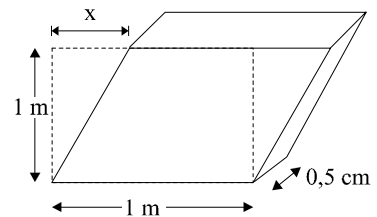


Mòduls d'elasticitat

1. En un experiment per a mesurar el mòdul de Young d'un cert acer, una massa de 500 kg suspesa d'un fil d'acer de 3 m de longitud i 0,20 cm² de secció, va produir un estirament de 0,4 cm respecte a la seva longitud abans d'haver estat carregada. Avalueu la tensió, la deformació unitària i el valor del mòdul de Young per aquest acer.

Sol.: $2,45 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$; $1,3 \cdot 10^{-3}$; $1,8 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$.

2. Es té una làmina quadrada de llautó de 1,0 m de costat i 0,5 cm de gruix. Quina força tangencial F s'ha d'aplicar sobre cadascun dels costats si el desplaçament x de la figura és de 0,01 cm?



El mòdul de rigidesa o cisellament del llautó és de $0,36 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$.

Sol.: $1,8 \cdot 10^4 \text{ N}$.

3. Donat un fil d'acer que penja verticalment i amb les següents característiques: Longitud = 3 m; Secció normal = 6,25 mm²; Mòdul de Young = $21 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$; Mòdul de cisellament $8 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$; Límit de proporcionalitat = $42 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$; Tensió de ruptura = $84 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$; Avalueu:
- La càrrega màxima abans de superar el límit d'elasticitat.
 - L'allargament patirà quan s'assoleixi el límit d'elasticitat.
 - La càrrega màxima abans de la seva ruptura.

Sol. : a) 2625 N; b) $6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; c) 5250 N.

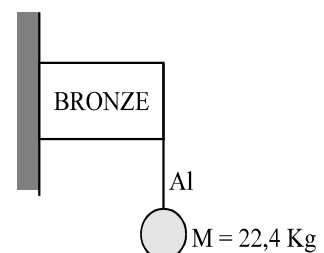
4. Una corda de nylon utilitzada pels alpinistes s'allarga 1,5 m sota l'acció del pes d'un muntanyenc de massa 80 kg. Si la corda té una longitud inicial de 50 m i una secció de 9 mm de diàmetre.
- Quin és el mòdul de Young d'aquest material.
- Si el coeficient de Poisson per al nylon és de 0,2;
- Calculeu la variació del diàmetre sota aquesta tensió.

Sol. : a) $4,1 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$; b) 0,054 mm.

5. Un objecte de 13,4 kg de massa està subjecte per un cable d'acer de 1,33 m de longitud i amb una secció transversal de 1,63 mm². Calculeu : (a) la tensió del cable, (b) la deformació unitària del cable i (c) l'increment de longitud del cable. Mòdul de Young de l'acer = $20 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$.

Sol. : a) $80,56 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$; b) $4 \cdot 10^{-4}$; c) 0,536 mm.

6. Un bloc de 22,4 kg de massa es penja d'un cub de bronze de 85 mm de costat mitjançant un cable d'alumini de 750 mm de longitud i amb una secció de 18,2 mm de diàmetre. Calculeu: (a) La tensió de l'alumini i (b) la tensió en el bronze suposant que el bronze es troba



sota l'acció d'una tensió de cisellament pura.

Sol. : 844 kPa; 30 kPa.

7. Tres barres estan soldades pels seus extrems formant una única barra recta. La primera barra té una longitud de 0,55 m, una secció transversal de 420 mm², i està feta de coure. La segona té una longitud de 0,75 m, una secció transversal de 390 mm², i està feta de ferro colat. La tercera barra té una longitud de 0,45 m, una secció transversal de 405 mm², i està feta d'alumini. (a) calculeu la massa de tota la barra; (b) la densitat mitja; (c) si s'apliquen un parell de forces de tracció de 10 kN, quin estirament pateix?

Dades: Coure: densitat = 8,9 10³ Kg/m³; mòdul de Young = 11 10¹⁰ N/m². Ferro colat: densitat = 7,8 10³ kg/m³; mòdul de Young = 10 10¹⁰ N/m². Alumini: densitat = 2,7 10³ kg/m³; mòdul de Young = 7 10¹⁰ N/m².

Sol.: a) 4,8 kg; b) 6,8 10³ kg/m³; c) 0,47 mm.

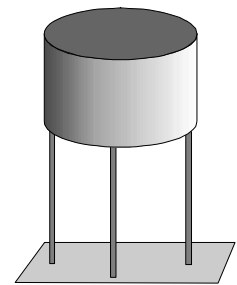
8. El volum d'oli contingut en una premsa hidràulica és de 135 litres. Calculeu la disminució del volum d'oli si està sotmès a una pressió de 145 kp/cm².
El coeficient de compressibilitat de l'oli és de 20 10⁻⁶ atm⁻¹.

Sol.: 0,379 litres.

9. A la construcció es fa servir cable d'acer de 6 mm de radi per a l'elevació de material. Si tenim verticalment 150 m de cable per elevar a l'extrem inferior una càrrega de 2000 kg. Determineu l'allargament total del cable tenint en compte el pes de la càrrega i el pes del propi fil.
El mòdul de Young de l'acer és de 2,1 10⁶ kp/cm² i el pes específic és 0.0078 kp/cm³.

Sol.: 13.0 cm.

10. Tres tubs verticals d'acer de 10 m de longitud aguanten un dipòsit d'aigua. Els radis interior i exterior dels tubs són 15 cm i 17 cm, respectivament. El dipòsit s'ha dissenyat de manera que la tensió sobre els tubs no superi els 10⁸ N/m². (a) Esbrineu el volum màxim d'aigua que es pot emmagatzemar en el dipòsit d'aigua, suposeu que el pes del dipòsit és negligible respecte al del aigua continguda. La densitat de l'aigua és 1000 kg/m³. (b) Quina longitud s'encongiran els tubs quan el dipòsit contingui la càrrega màxima d'aigua.

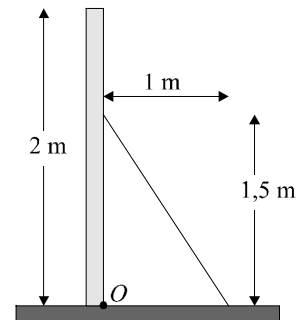


Sol.: a) 615,5 m³; b) 0,005 m.

11. La deformació màxima de compressió que pot resistir el formigó sense perill, es de l'ordre del 0,1 %. Quina és l'altura màxima d'una construcció de formigó d'àrea transversal constant?. Amb aquest mateix criteri, quina és l'altura màxima d'una construcció d'acer d'àrea transversal constant?. Dades: Mòdul de Young de del formigó = 2,5 10¹⁰ N/m², densitat del formigó=2,4 g/cm³, mòdul de Young de l'acer = 20 10¹⁰ N/m², densitat de l'acer=7,82 g/cm³.

Sol.: 1060 m, 2,6 km.

12. La força que fa el vent sobre una paret de plàstic, de pes menyspreable, d'un hivernacle es pot calcular amb l'expressió $F=Bv^2$, on v és la velocitat del vent, B és una constant de valor $4 \text{ N s}^2/\text{m}^2$. Aquesta força es reparteix en la superfície de la paret però cal tractar-la com si fos aplicada al centre de masses. La paret pot pivotar entorn a l'eix que passa per O . Per impedir que la paret caigui a terra, està suportada per un tensor. En un moment donat bufa un vent de 10 km/h perpendicular a la paret. (a) Quina tensió suporta el cable? (b) Si el tensor és de nylon, que té un límit de ruptura de 55 GPa , i el diàmetre de la secció és 1 mm , quin vent màxim pot suportar sense trencar-se?



Sol.: a) $37,10 \text{ N}$; b) 341 km/h .

Flexió de barres

13. Un estudiant d'enginyeria agrònoma creu que podrà augmentar el seu èxit entre les dones posant-se més fort. Per això decideix de penjar una barra cilíndrica del sostre de la casa per poder fer flexions de braços. Per tal de subjectar la barra compra dos suports que van clavats al sostre mitjançant dos cargols cadascun.
- (a) Quina secció mínima hauran de tenir aquest cargols d'acer per evitar que l'estudiant es trobi per terra fent les flexions.
- (b) Quin serà l'augment de longitud dels cargols quan l'estudiant faci les flexions si s'ha escollit uns cargols de secció 1 mm^2 .
- (c) Quina és la fletxa de flexió quan l'estudiant està penjat si la relació entre la fletxa s i la força F normal aplicada al centre de la barra és:

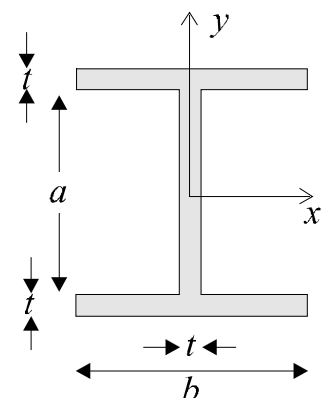
$$s = \frac{L^3}{384 Y I} (5W + 8 F)$$

On L és la distància entre els suports, Y el mòdul de Young, I el moment d'inèrcia de la secció de la barra respecte un eix horitzontal que passa pel centre de masses i W el pes de la barra.

Dades: Pes de la barra = 25 kp , diàmetre de la secció de la barra = 2 cm , pes de l'estudiant = 90 kp , pes d'un suport = $2,5 \text{ kp}$, mòdul de Young de l'acer = $20 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, límit de ruptura de l'acer = $50 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$ i longitud del cargol = 2 cm i distància entre els suports = 1 m .

Sol. : $S_{\text{MIN}} = 0,6 \text{ mm}^2$; $2,9 \cdot 10^{-5} \text{ m}$; $0,014 \text{ m}$.

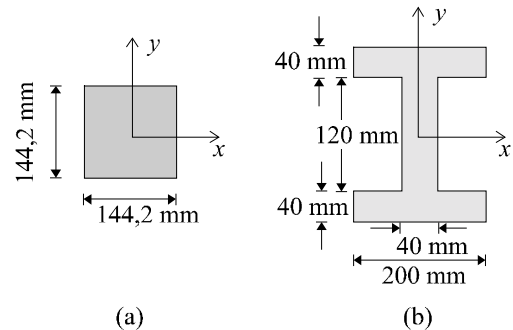
14. Supposeu que la biga en I de la figura es gira 90° respecte al seu eix longitudinal, de manera que la I esdevé una H. (a) Demostreu que el moment d'inèrcia de la biga en I respecte a l'eix x és $\frac{1}{2}ba^2t + \frac{1}{12}a^3t$ quan $t \ll a, b$. (b) Demostreu que el moment d'inèrcia de la biga en H respecte a l'eix x és $\frac{1}{6}b^3t$ quan $t \ll a, b$.
- (c) Calculeu la relació que existeix entre les fletxes de la biga col·locada en I i en H quan $a = b$.



Sol.: Fletxa de la biga en H = 3,5 vegades de la fletxa de la biga en I.

15. Tal i com s'ha vist al problema 1.52, els perfils de dues bigues de la figura tenen la mateixa secció (0,0208 m²) però moments d'inèrcia diferents respecte a l'eix x ($I_a = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$ i $I_b = 11,04 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$). Les dues bigues s'encasten a una paret, tenen una longitud igual a 4 m, estan fetes d'acer i a l'extrem de cadascuna d'elles es penja una massa de 200 kg. Quina és la fletxa a l'extrem de cada biga?

Dades: mòdul de Young de l'acer = $20 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$, densitat de l'acer = $7,82 \text{ g/cm}^3$.



Sol: $s_a = 12,892 \text{ mm}$ i $s_b = 4,204 \text{ mm}$.

16. Es construeixen dos cilindres, un d'ells massís de radi r i un altre de buit de radi exterior $2r$ i radi interior $7r/4$. (a) Calculeu la relació entre les dues seccions. (b) Compareu la resistència a la flexió de les dues barres. Dades: moment d'inèrcia d'un cercle de radi r respecte a un eix que passa pel seu centre és $\frac{\pi r^4}{4}$, i el moment d'inèrcia d'un anell de radi interior b i radi

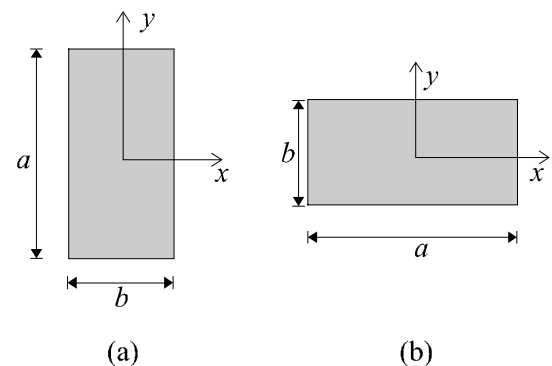
exterior a respecte a un eix que passa pel seu centre és $\frac{\pi(a^4 - b^4)}{4}$.

Sol.: a) Secció buit/secció massís = 0,94; b) Resistència buit/resistència massís = 6,62.

17. Una barra de radi r es substitueix per un tub buit de la mateixa longitud i radi interior r . (a) Si el tub ha de tenir la mateixa resistència a la flexió que la barra, quin ha de ser el seu radi exterior? (b) quina és la raó entre les masses de la barra i del tub?

Sol.: a) $\sqrt[4]{2} \cdot r$; b) massa barra/massa tub = 2,414.

18. Donada una biga de secció rectangular de costats a i b . (a) Compareu la relació entre la resistència a la flexió de la biga recolzada verticalment (figura a) i horitzontalment (figura b). (b) Quan val aquesta relació en el cas particular que $a = 3b$.



Sol.: a) Resistència vertical/resistència horitzontal = $\left(\frac{a}{b}\right)^2$; b) Resistència vertical/resistència horitzontal = 9.