La conservación de la energía puede predecir intervalos de tiempo

Consideremos un problema energético sencillo: una masa m, inicialmente en reposo, cae debido a la gravedad terrestre ($g = 9.8$ m/s^2). El rozamiento es despreciable. Según la conservación de la energía:

$$K_0 + P_0 = K + P \qquad (1)$$

donde K_0 y P_0 son las energías cinética y potencial, respectivamente, en el punto inicial (altura h), mientras que K y P son las energías correspondientes al punto en que la masa llega al suelo (altura cero). La ecuación (1) puede escribirse también así:

$$mgh = \frac{mv^2}{2}, \qquad (2)$$

que implica el resultado bien conocido $v = \sqrt{2gh}$ para la velocidad final.

Ahora consideremos un observador que se mueve con velocidad constante V relativa al suelo (hacia abajo, por ejemplo). A primera vista, podríamos argumentar que la conservación de la energía (como todas las leyes físicas) debe ser válida en cualquier sistema de referencia, y que para este observador la ecuación (1) puede ser escrita así:

$$\frac{m(-V)^2}{2} + mgh = \frac{m(v-V)^2}{2} \qquad (3)$$

donde $v - V$ es la velocidad final. En el primer término de la ecuación (3) hemos tenido en cuenta que la velocidad inicial es $-V$ en este sistema de referencia.

De la ecuación (3) esperamos obtener $v = \sqrt{2gh}$, es decir el mismo resultado que de la ecuación (2). Sin embargo ¡Da un resultado distinto! ¿Cómo resolver este problema? A continuación damos la solución. Para mi sorpresa, ¡también veremos que puede aplicarse a una predicción que normalmente se considera imposible aplicando la conservación de la energía!

Resolución del problema

En el sistema de referencia en que el observador está moviéndose con velocidad constante V hacia abajo, la altura final de la masa m no es cero sino Vt (porque el observador se ha movido una distancia Vt durante el tiempo t de caída). Por lo tanto, la ecuación (3) no es la expresión correcta que corresponde a (1). Debemos añadir un término adicional:

$$\frac{m(-V)^2}{2} + mgh = \frac{m(v-V)^2}{2} + mgVt \qquad (4)$$

Esta ecuación puede escribirse así:

$$mgh - mgVt = \frac{mv^2}{2} - mvV \qquad (5)$$

Según el principio de relatividad, las leyes de la Física deben ser válidas en cualquier sistema de referencia. Por lo tanto, la ecuación anterior debe ser válida para cualquier valor de V. Evidentemente esto es posible sólo si los términos independientes de V son iguales entre sí, y los términos proporcionales a V también lo son. Así pues:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \qquad (5)$$

$$-mgVt = -mvV. \qquad (6)$$

Este artículo fue publicado en inglés en *Physics Education*.

Usando la ecuación (5) sí obtenemos el resultado correcto: $v = \sqrt{2gh}$. El problema está resuelto. Sea cual sea el sistema de referencia considerado, obtenemos siempre la misma respuesta para la velocidad final relativa al suelo (a pesar de que la energía cinética depende del sistema de referencia).

Pero podemos ir más allá. Podemos emplear la ecuación (6) para predecir el tiempo que invierte la masa m en llegar al suelo. Así obtenemos que $t = v/g = \sqrt{2h/g}$. Muchos libros de texto insisten en que la conservación de la energía es útil para predecir velocidades y distancias, pero no tiempos [1]. Al resolver un problema sencillo, hemos visto que de hecho, la conservación de la energía también puede aplicarse a la predicción de intervalos de tiempo.

Referencia

[1] Tipler P A 1994 *Física* vol. I (Barcelona: Reverté) p 156

J Fort

Departament de Física, Edifici P-II, Universitat de Girona, 17071 Girona, Cataluña, España. correo electrónico: joaquim.fort@udg.es

Este artículo fue publicado en inglés en *Physics Education*.