

Dinàmica de fluids

Objectiu

Es tracta en aquesta sessió d'observar diversos fenòmens relatius al moviment d'un fluid en condicions en què aquest es pot considerar ideal, i el flux, laminar. En particular, observarem: l'anomenat efecte Venturi, el buidat d'un recipient ple de líquid a través d'un petit orifici, i farem la mesura de la velocitat de l'aire en un conducte mitjançant una sonda de Pitot/Prandtl.

Fonament teòric

En tots els punts d'una línia de corrent d'un fluid no viscos i incompressible en règim estacionari es compleix l'equació de Bernoulli, que podem expressar:

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = ctt.$$

on p és la pressió en el punt considerat, ρ la densitat del fluid, v la velocitat del fluid en el punt i h l'altura respecte a un nivell de referència. D'altra banda, la conservació de la massa d'un fluid movent-se en un conducte s'expressa mitjançant l'equació de continuïtat:

$$S \cdot v = ctt.$$

on S és la secció del conducte i v la velocitat considerada uniforme en tota la secció.

Amb aquestes dues senzilles equacions podem analitzar els fenòmens que observarem en aquesta pràctica, i analitzar el funcionament de diversos muntatges pensats per mesurar la pressió en un fluid en moviment.

Buidat d'un dipòsit

Considerem un dipòsit ple de líquid, que s'està buidant a través d'un petit forat, segons l'esquema de la figura. Si apliquem l'equació de Bernoulli entre la superfície lliure i el forat, tenim que:

$$p_{atm} + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho gh = p_{atm} + \frac{1}{2} \rho v_B^2 = ctt.$$

ja que prenem com a nivell de referència de l'altura la posició del forat. Si a més, considerem que la velocitat amb què es mou la superfície lliure v_A és molt petita (i per tant h no varia), resulta que la velocitat amb què surt el líquid pel forat és:

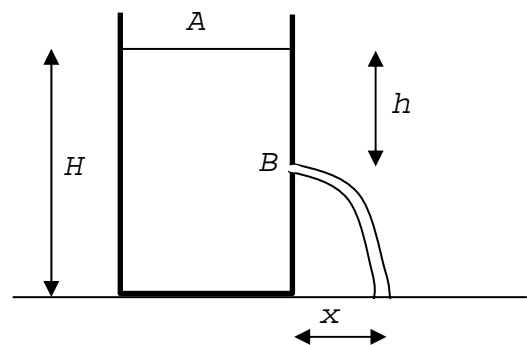
$$v = \sqrt{2gh}$$

resultat que és conegut com a llei de Torricelli.

Un cop coneixem la velocitat a què surt el líquid, si coneixem també l'altura a què es troba el forat sobre el terra ($H-h$), podem saber quina distància x assolirà el raig de líquid.

Efecte Venturi

Considerem ara que tenim un conducte horitzontal que presenta una secció variable, de manera que en algun lloc és més estret que en la resta del conducte (veure la fotografia). Si apliquem les equacions de continuïtat i de Bernoulli entre un punt de secció ampla i un punt de secció estreta, tenim:



$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 = ctt.$$

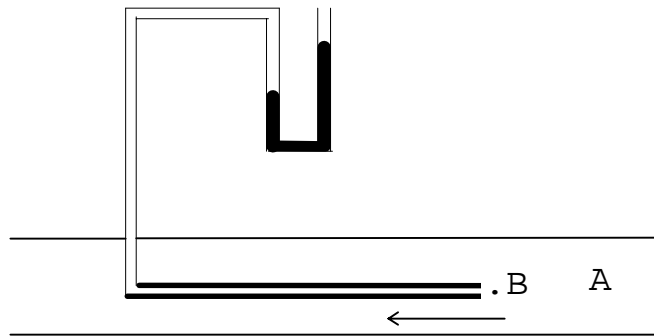
$$S_A \cdot v_A = S_B \cdot v_B = ctt.$$

De la segona equació, si $S_A > S_B$, tenim que $v_A < v_B$, i aleshores, de la primera equació, resulta que $p_A > p_B$. És a dir, podem comprovar que en el lloc on hi ha la secció menor, la velocitat del fluid és més alta i la pressió més baixa.

Mesura de la velocitat d'un fluid en un conducte

En aquesta part, el fluid que s'estudia és aire, que considerarem no viscos i incompressible. L'aire circularà per un conducte, després de ser impulsat per un ventilador.

Tub de Pitot: el tub de Pitot s'utilitza de la manera descrita a la figura, amb l'obertura perpendicular a la direcció del corrent.



Si considerem els punts A i B en la mateixa línia de corrent (B es troba just en la boca del tub que es fa servir com a sonda), es compleix per l'equació de Bernoulli:

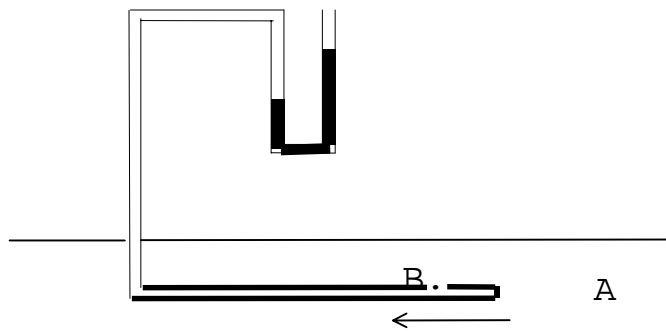
$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g h_A = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 + \rho g h_B$$

En el punt B es produeix un "estancament" on la velocitat del fluid és nul·la ($v_B = 0$). Si a més tenim en compte que A i B es troben a la mateixa altura, resulta que:

$$p_B = p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2$$

Per tant, la pressió en B, mesurada com la diferència d'alçades entre les dues columnes del manòmetre, correspon a la pressió total (estàtica + dinàmica) en el punt A.

Tub piezomètric: el tub piezomètric mesura la pressió estàtica en un fluid. L'esquema del muntatge és el següent, és a dir, amb l'obertura del tub paral·lela a les línies de corrent:



Aplicant un altre cop l'equació de Bernoulli entre A i B (considerem que pertanyen a la mateixa

línia de corrent i que es troben aproximadament a la mateixa alçada), ara queda:

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2$$

Si el tub no afecta gaire les línies de corrent (és a dir, no afecta el moviment del fluid), tenim:

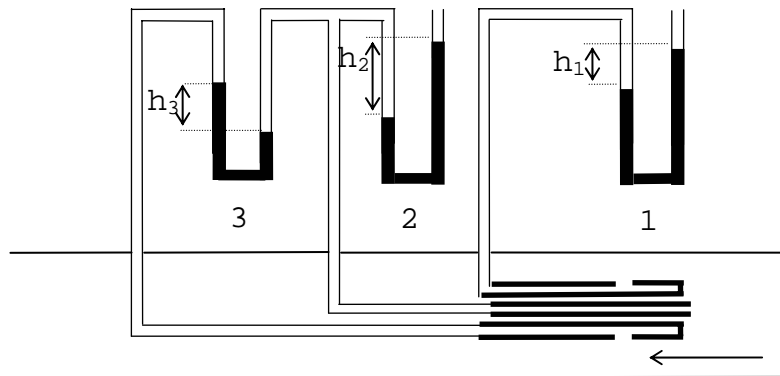
$$v_A = v_B$$

i en conseqüència:

$$p_A = p_B$$

Per tant, el manòmetre ens informa sobre la pressió estàtica en el punt A.

Tub de Prandtl: ara podem fer una combinació dels dos muntatges explicats en un de sol, el que s'anomena tub de Prandtl. L'esquema és el següent:



Segons el que hem dit, el manòmetre 2 ens marca la pressió total i el manòmetre 1 la pressió estàtica, ambdues relatives a l'atmosfèrica, i el manòmetre 3 la diferència entre aquestes dues, és a dir, la pressió dinàmica. Negligirem en els manòmetres la densitat de l'aire enfront de la del líquid. Si en un moment donat els tres manòmetres tenen una diferència d'alçades entre columnes de h_1 , h_2 i h_3 , tenim:

$$\text{Pressió estàtica: } p_e = \rho' g h_1 \text{ (respecte de l'atmosfèrica)}$$

$$\text{Pressió dinàmica: } p_d = \rho' g h_3$$

$$\text{Pressió total: } p_t = \rho' g h_2 \text{ (respecte de l'atmosfèrica)}$$

on ρ' és la densitat del líquid manomètric (aigua, en el nostre cas).

Per al càlcul de la velocitat de l'aire en el conducte, només hem de tenir en compte que la pressió dinàmica és el terme $\frac{1}{2} \rho v^2$ i, per tant, la velocitat és:

$$v = \sqrt{\frac{2 p_d}{\rho}}$$

on ρ és la densitat de l'aire.

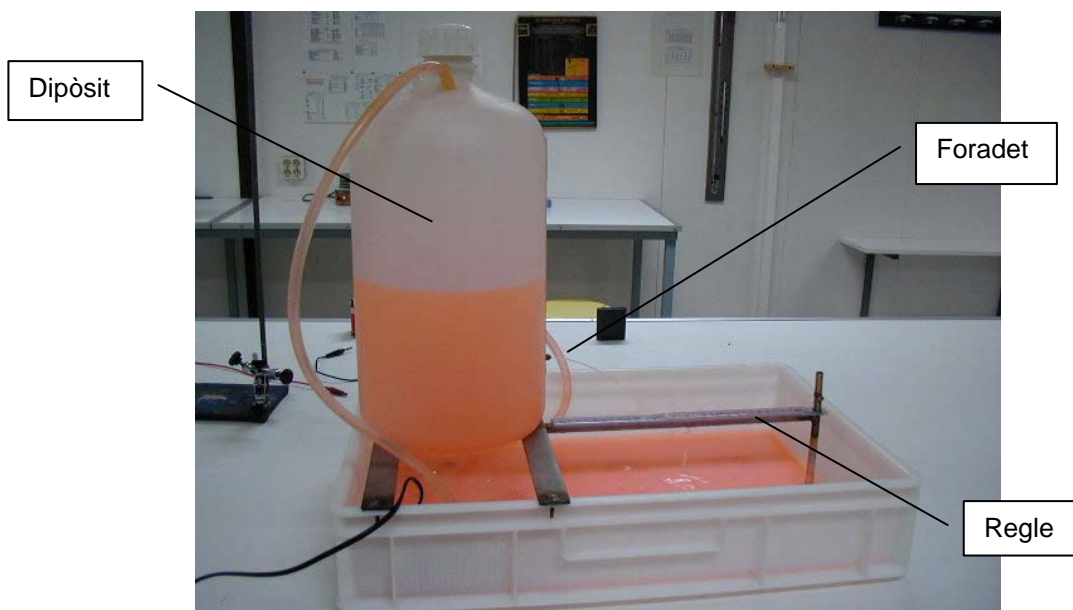
Mètode operatiu

Buidat d'un dipòsit

Tenim un muntatge que consisteix bàsicament en un gran dipòsit que conté aigua, i que presenta un petit forat en la cara lateral, i proper a la base. Aquest dipòsit s'emplena mitjançant una bomba, i es pot

buidar tant pel foradet com per un altre forat més gran que hi ha a la base. El forat de la base està connectat a un tub, l'altre extrem del qual es pot situar a diversos nivells. Mitjançant la connexió i desconexió de la bomba, i la situació de l'extrem lliure del tub, es pot controlar i mantenir constant el nivell de l'aigua del dipòsit encara que s'estigui buidant pel foradet.

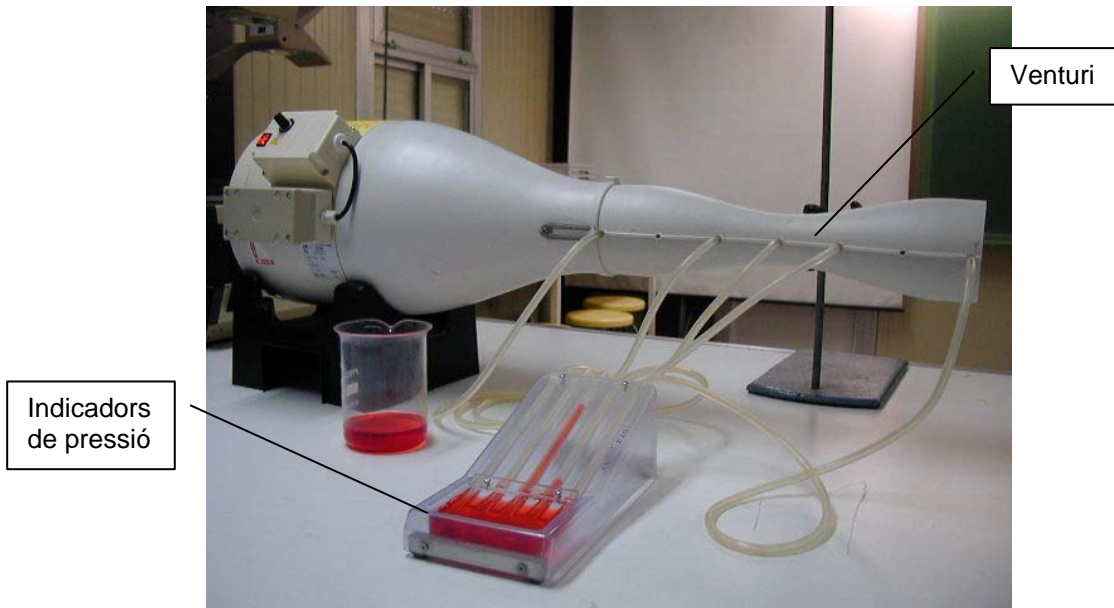
- Empleneu el dipòsit gairebé al màxim.
- Anoteu l'altura h de la superfície lliure de l'aigua per sobre del foradet.
- Mantenint constant el nivell d'aigua dins el dipòsit, mesureu la distància x a què cau l'aigua que surt pel foradet.
- Encara mantenint el mateix nivell, recolliu en un got l'aigua que surt del dipòsit pel foradet en un temps determinat (30 s).
- Deixeu baixar el nivell de l'aigua uns 2 o 3 cm.
- Repetiu els passos b) a e), fins a tenir mesures per uns 8 o 10 nivells.



Efecte Venturi

Per observar aquest fenomen disposem d'un ventilador que impulsa aire a través d'un conducte que presenta una secció variable. Aquest conducte, a més, té diversos tubs disposats de manera que poden indicar la pressió en diferents punts.

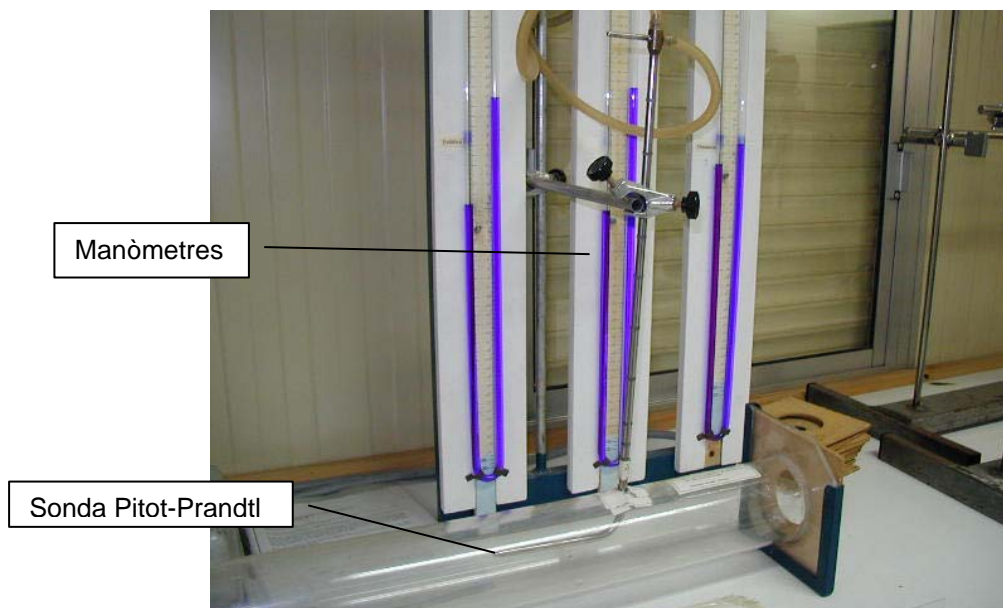
- Engueu el ventilador, de manera que circuli l'aire pel conducte.
- Mesureu el més exactament possible la longitud de les columnes inclinades d'aigua, en el tub connectat a la part ampla del conducte (en la seva sortida), i en el tub connectat a la part estreta.
- Mesureu amb el peu de rei els diàmetres de les dues parts del conducte.



Mesura de la velocitat d'un fluid en un conducte

El muntatge experimental consisteix bàsicament en un ventilador centrífug i un conducte per on es fa circular l'aire impulsat pel ventilador. En el conducte s'ha instal·lat un tub de Prandtl per a la mesura de les pressions. Per simular diferents càrregues aplicades al ventilador, es disposa d'un conjunt de comportes o obturadors, que presenten diverses seccions per al pas de l'aire. Com a precaució, cal fixar-se que la sonda de pressió estigui correctament situada, és a dir, centrada i paral·lela al conducte. També cal vigilar de no posar cap objecte proper a la sortida del conducte.

- Poseu un dels obturadors a l'extrem del conducte. Engegueu el ventilador.
- Anoteu l'altura manomètrica del manòmetre que indica la pressió dinàmica. Comproveu que l'altura que indica és la diferència entre la de la total i la de l'estàtica.
- Repetiu el procés a) i b) amb diversos obturadors.
- Anoteu el diàmetre interior del conducte.



Tractament de dades i qüestions

Buidat d'un dipòsit

- 1) Calculeu el cabal d'aigua que surt pel foradet per cada nivell de la superfície lliure.
- 2) Representeu en una gràfica el valor de la distància horitzontal x que assoleix l'aigua en funció de l'altura de la superfície lliure de l'aigua respecte del forat del dipòsit (h). Comenteu la forma que té aquesta gràfica i deduïu teòricament aquesta forma.
- 3) Representeu ara el cabal en funció de l'arrel quadrada de h . Observeu que els punts queden alineats. A partir del pendent de la recta, deduïu el diàmetre del forat. Per això, tingueu present que:

$$Q = S v = S \sqrt{2 g h} = S \sqrt{2 g} \sqrt{h}$$

Efecte Venturi

- 4) Podeu explicar el perquè de les diferents longituds de la columna d'aigua en els diferents tubs?
- 5) A partir de les mesures realitzades, i utilitzant les equacions de Bernoulli i continuïtat, obteniu la velocitat de l'aire en les dues parts del conducte. Per al càlcul de la diferència de pressió entre els dos punts, heu de tenir present la inclinació dels tubs (que és de 20° respecte la horitzontal).
- 6) Calculeu també el cabal d'aire que circula pel conducte.

Mesura de la velocitat d'un fluid en un conducte

- 7) A partir de l'altura manomètrica, calculeu la pressió dinàmica que existeix en el conducte quan hi posem els diversos obturadors.
- 8) Calculeu també la velocitat de l'aire, i el cabal, en cada cas. Supposeu que la velocitat mesurada és uniforme en tota la secció del conducte.
- 9) Observeu com varia la velocitat de l'aire en funció de l'obturador de l'extrem del conducte. Raoneu i expliqueu si és lògica aquesta variació.
- 10) Com hem vist, tant l'efecte Venturi com la sonda de Prandtl s'utilitzen per mesurar la velocitat dels fluids. Els dos sistemes es poden emprar per mesurar la velocitat d'un vaixell o d'un avió, fent la mesura de la velocitat de l'aigua o de l'aire al seu voltant. Feu un esquema de com muntaríeu les sondes en els dos casos.

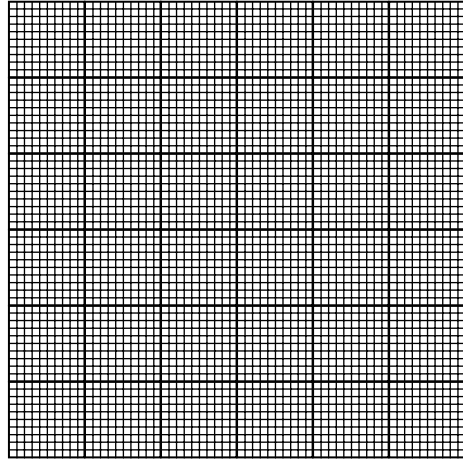
Dinàmica de fluids

Buidat d'un dipòsit

1) Empleneu la taula següent:

| | | | | | | | | |
|---------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| h (cm) | | | | | | | | |
| Q (cm ³ /s) | | | | | | | | |
| \sqrt{h} (cm ^{1/2}) | | | | | | | | |

2) Representeu el cabal recollit en funció de l'arrel quadrada de h , i deduiu la secció del forat, a partir del pendent de la recta que s'obté.



Efecte Venturi

3) Doneu la vostra estimació de les velocitats de l'aire en dos punts del conducte (el més ample i el més estret), i expliqueu com ho heu fet. Calculeu també el cabal que circula pel conducte.

Mesura de la velocitat d'un fluid en un conducte

4) Empleneu la taula següent, i comenteu la variació de la velocitat en funció de l'obturador emprat.

| | | | | | | | | |
|---------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| h_3 (m) | | | | | | | | |
| p dinàmica. (Pa) | | | | | | | | |
| velocitat (m/s) | | | | | | | | |
| cabal (m ³ /s) | | | | | | | | |